کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۲	درس : ۳
نام فصل: تابع	نام درس: وارون توابع	مفهوم مورد ارزشیابی: تعیین وارون تابع		
حیطه شناختی: درک و فهم		سطح ارزشیابی: دشوار		بارم: ۱/۵ نمره
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال
تابع $f(x)=x^{۳}-۳x^{۲}+۳x$ را در نظر بگیرید. الف : ثابت کنید که این تابع وارون پذیر است. ب : وارون تابع را تعیین کنید.

پاسخ تشریحی

$$f(x)=x^{۳}-۳x^{۲}+۳x \rightarrow f(x)=(x^{۳}-۳x^{۲}+۳x-۱)+۱ \rightarrow f(x)=(x-۱)^{۳}+۱$$

$$f(x_{۱})=f(x_{۱}) \rightarrow (x_{۱}-۱)^{۳}+۱=(x_{۱}-۱)^{۳}+۱ \rightarrow (x_{۱}-۱)^{۳}=(x_{۱}-۱)^{۳} \rightarrow x_{۱}=x_{۲}$$

لذا تابع داده شده یکی به یک است، پس وارون پذیر می باشد.

$$f(x)=(x-۱)^{۳}+۱$$

$$y=(x-۱)^{۳}+۱ \xrightarrow{x \leftrightarrow y} x=(y-۱)^{۳}+۱$$

$$\rightarrow x-۱=(y-۱)^{۳} \rightarrow \sqrt[۳]{x-۱}=y-۱ \rightarrow y=۱+\sqrt[۳]{x-۱}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=۱+\sqrt[۳]{x-۱}$$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۲	درس : ۴
نام فصل : تابع	نام درس : اعمال روی توابع		مفهوم مورد ارزشیابی : تابع وارون	
حیطه شناختی : کاربرد		سطح ارزشیابی : متوسط	بارم : ۱/۵ نمره	
نام طراح : جابرعامری	استان : خوزستان		شهرستان : باوی	

سوال

اگر دو تابع $f(x)=\frac{a}{x-۲}$ و $g(x)=\frac{۴}{x}+b$ وراون یکدیگرند، مقادیر b و a را به دست آورید.

پاسخ تشریحی

چون دو تابع f و g وارون یکدیگرند، پس $(fog)(x)=(gof)(x)=x$

$$(fog)(x)=f(g(x))=f(\frac{۴}{x}+b)=\frac{a}{(\frac{۴}{x}+b)-۲}\xrightarrow{(fog)(x)=x}\frac{a}{(\frac{۴}{x}+b)-۲}=x$$

$$\rightarrow(\frac{۴}{x}+b-۲)x=a\rightarrow ۴+(b-۲)x=a\rightarrow(b-۲)x=a-۴\rightarrow\begin{cases}b-۲=۰\rightarrow b=۲\\a-۴=۰\rightarrow a=۴\end{cases}$$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۲	درس : ۴
نام فصل : تابع	نام درس : اعمال روی توابع	مفهوم مورد ارزشیابی : ترکیب دو تابع		
حیطه شناختی : کاربرد	سطح ارزشیابی : دشوار	بارم : ۱/۵ نمره		
نام طراح : آزیتا سرقلی	استان : خوزستان	شهرستان : ایذه		

سوال

اگر $f(x)=۳x-۱$ و $(fog)(x)=\frac{۲x+۳}{x-۱}$ باشد، حاصل $(gof)(۱)$ را بیابید.

پاسخ تشریحی

$$\left.\begin{array}{l}(fog)(x)=۳g(x)-۱\\(fog)(x)=\frac{۲x+۳}{x-۱}\end{array}\right\}\rightarrow ۳g(x)-۱=\frac{۲x+۳}{x-۱}\rightarrow g(x)=\frac{۳x+۲}{۳(x-۱)}$$

$$(gof)(۱)=g(f(۱))=g(۲)=\frac{۳(۲)+۲}{۳(۲-۱)}=\frac{۸}{۳}$$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۲	درس : ۳
نام فصل : تابع	نام درس : وارون تابع		مفهوم مورد ارزشیابی : تعیین وارون	
حیطه شناختی : کاربرد		سطح ارزشیابی : دشوار	بارم : ۱/۵ نمره	
نام طراح : عادل محمدی	استان : خوزستان		شهرستان آبادان	

سوال

تابع f یک به یک و نمودار آن از نقطه $(-۵,۲)$ می گذرد . اگر $g(x)=۲-۳f(x-۳)$ مقدار $g^{-۱}(-۴)$ را حساب کنید .

پاسخ تشریحی

تابع f یک به یک است پس وارون پذیر است .پس :

$$(-۵,۲)\in f \Rightarrow f(-۵)=۲ \Rightarrow f^{-۱}(۲)=-۵$$

$$g(x)=y=۲-۳f(x-۳)$$

$$\Rightarrow ۳f(x-۳)=۲-y \Rightarrow f(x-۳)=\frac{۲-y}{۳}$$

تعویض نقش : $f(y-۳)=\frac{۲-x}{۳}$

$$f^{-۱}(f(y-۳))=f^{-۱}\left(\frac{۲-x}{۳}\right) \Rightarrow y-۳=f^{-۱}\left(\frac{۲-x}{۳}\right)$$

$$\Rightarrow g^{-۱}(x)-۳=f^{-۱}\left(\frac{۲-x}{۳}\right) \Rightarrow g^{-۱}(x)=f^{-۱}\left(\frac{۲-x}{۳}\right)+۳$$

$$\Rightarrow g^{-۱}(-۴)=f^{-۱}\left(\frac{۲-(-۴)}{۳}\right)+۳$$

$$\Rightarrow g^{-۱}(-۴)=f^{-۱}(۲)+۳=-۵+۳=-۲$$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۲	درس : ۴
نام فصل: تابع	نام درس: اعمال روی توابع	مفهوم مورد ارزشیابی: ترکیب توابع		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال
اگر $g(x)=۲x^۲-x+۱$ و $f(x)=x+۳$. مقدار m را طوری تعیین کنید که $$(fog)(m)=(gof)(m)$$

پاسخ تشریحی
$(fog)(m)=f(g(m))=f(۲m^۲-m+۱)=۲m^۲-m+۴$ $(gof)(m)=g(f(m))=g(m+۳)=۲(m+۳)^۲-(m+۳)+۱=۲m^۲+۱۱m+۱۶$ $\Rightarrow ۲m^۲-m+۴=۲m^۲+۱۱m+۱۶\rightarrow m=-۱$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۲	درس : ۴
نام فصل: تابع	نام درس: اعمال روی توابع	مفهوم مورد ارزشیابی: ترکیب توابع		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال

اگر $f(x)=\sqrt{x-۳}$ و $g=\{(۰,۴),(۳,۲),(۵,۶),(۷,۰)\}$ ، تابع fog را به صورت زوج های مرتب بنویسید.

پاسخ تشریحی

$x-۳\geq ۰ \rightarrow x\geq ۳ \rightarrow D_f=[۳,+\infty)$

$g=\{(۰,۴),(۳,۲),(۵,۶),(۷,۰)\} \rightarrow D_g=\{۰,۳,۵,۷\}$

$x\in D_g$	$g(x)$
۰	$۴\in D_f$
۳	$۲\notin D_f$
۵	$۶\in D_f$
۷	$۰\notin D_f$

$D_{fog}=\{x\in D_g \mid g(x)\in D_f\}=\{۰,۵\}$

$(fog)(۰)=f(g(۰))=f(۴)=\sqrt{۴-۳}=۱$

$(fog)(۵)=f(g(۵))=f(۶)=\sqrt{۶-۳}=\sqrt{۳}$

$fog=\{(۰,۱),(۵,\sqrt{۳})\}$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۲	درس : ۴
نام فصل: تابع	نام درس: اعمال روی توابع	مفهوم مورد ارزشیابی: جمع و تقسیم دو تابع		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال

دو تابع $f=\{(۱,۲),(۲,۵),(-۲,۷),(۳,۱)\}$ و $g=\{(۱,۵),(۲,۰),(۰,-۱),(۳,۴)\}$ را در نظر بگیرید.

توابع $f+g$ و $\frac{f}{g}$ را به صورت زوج مرتب بنویسید.

پاسخ تشریحی

$$\left.\begin{array}{l} D_f=\{۱,۲,-۲,۳\} \\ D_g=\{۱,۲,۰,۳\} \end{array}\right\} \to D_{f+g}=D_f\cap D_g=\{۱,۲,۳\}$$

x	$f(x)$	$g(x)$	$f(x)+g(x)$
۱	۲	۵	۷
۲	۵	۰	۵
۳	۱	۴	۵

$f+g=\{(۱,۷),(۲,۵),(۳,۵)\}$

$$\left.\begin{array}{l} D_f=\{۱,۲,-۲,۳\} \\ D_g=\{۱,۲,۰,۳\} \end{array}\right\} \to D_{\frac{f}{g}}=D_f\cap D_g-\{x\in D_g \mid g(x)\neq ۰\}=\{۱,۲,۳\}-\{۲\}=\{۱,۳\}$$

x	$f(x)$	$g(x)$	$\frac{f(x)}{g(x)}$
۱	۲	۵	$\frac{۲}{۵}$
۳	۱	۴	$\frac{۱}{۴}$

$\frac{f}{g}=\{(۱,\frac{۲}{۵}),(۳,\frac{۱}{۴})\}$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۲	درس : ۴
نام فصل: تابع	نام درس: اعمال روی توابع	مفهوم مورد ارزشیابی: ترکیب و تقسیم دو تابع		
حیطه شناختی: دانش	سطح ارزشیابی: ساده	بارم: ۰/۵ نمره		
نام طراح: مراد محمودی	استان: خوزستان	شهرستان : ایذه		

سوال
درستی یا نادرستی هر یک از عبارت های زیر را **تعیین کنید.**
الف : برای هر دو تابع g و f داریم $D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) \neq 0\}$
ب : برای هر دو تابع g و f داریم $fog = gof$

پاسخ تشریحی	
الف : نادرست	ب : نادرست

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۲	درس : ۴
نام فصل: تابع	نام درس: اعمال روی توابع	مفهوم مورد ارزشیابی: جمع دو تابع		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: ساده	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال
ثابت کنید که مجموع دو تابع خطی، خطی است.

پاسخ تشریحی
$\begin{cases} f(x)=a_۱x+b_۱ \\ g(x)=a_۲x+b_۲ \end{cases} \rightarrow f(x)+g(x)=(a_۱x+b_۱)+(a_۲x+b_۲)$ $\rightarrow f(x)+g(x)=(a_۱+a_۲)x+(b_۱+b_۲)$ خطی

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۲	درس : ۴
نام فصل : تابع	نام درس : اعمال روی توابع		مفهوم مورد ارزشیابی : ترکیب دو تابع	
حیطه شناختی : کاربرد		سطح ارزشیابی : دشوار		بارم : ۱/۵ نمره
نام طراح : عادل محمدی	استان : خوزستان		شهرستان آبادان	

سوال

اگر $g(x)=\begin{cases} ۳-x & ; x\geq ۰ \\ x+۱ & ; x<۰ \end{cases}$, $f(x)=\begin{cases} x-۲ & ; x\geq -۱ \\ ۲x & ; x<-۱ \end{cases}$ ضابطه تابع fog را بیابید.

پاسخ تشریحی

$$fog(x)=f(g(x))=\begin{cases} g(x)-۲ & ; g(x)\geq -۱ \\ ۲g(x) & ; g(x)<۰ \end{cases}$$

در حالت $g(x)\geq -۱$ نتیجه می شود :

$$g(x)=\begin{cases} ۳-x\geq -۱ , x\geq ۰ \Rightarrow ۰\leq x\leq ۴ \\ x+۱\geq -۱, x<۰ \Rightarrow -۲\leq x<۰ \end{cases}$$

در حالت $g(x)<-۱$ نتیجه می شود :

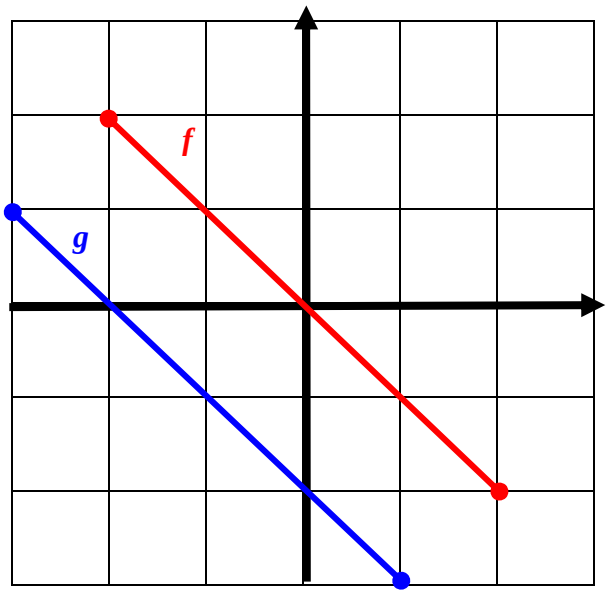
$$g(x)=\begin{cases} ۳-x<-۱, x\geq ۰ \Rightarrow x>۴ \\ x+۱<-۱ , x>۰ \Rightarrow x<-۲, x>۰ \Rightarrow \times \end{cases}$$

$$fog(x)=\begin{cases} g(x)-۲ & ; g(x)\geq -۱ \\ ۲g(x) & ; g(x)<۰ \end{cases}=\begin{cases} ۳-x-۲ & ; ۰\leq x\leq ۴ \\ x+۱-۲ & ; -۲<x<۰ \\ ۲(۳-x) & ; x>۴ \end{cases}=\begin{cases} ۲-x & ; ۰\leq x\leq ۴ \\ x-۱ & ; -۲<x<۰ \\ ۶-۲x & ; x>۴ \end{cases}$$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۲	درس : ۴
نام فصل : تابع	نام درس : اعمال روی توابع		مفهوم مورد ارزشیابی :ضرب دو تابع	
حیطه شناختی : کاربرد		سطح ارزشیابی : دشوار	بارم : ۱/۵ نمره	
نام طراح : عادل محمدی	استان : خوزستان		شهرستان آبادان	

سوال

با توجه به نمودارهای توابع f , g در شکل مقابل ،معادله‌ی $(f \times g)(x)$ را بنویسید.



پاسخ تشریحی

$f(x) = -x \;;\; -۲ \le x \le ۲ \quad , \quad g(x) = -x - ۲ \;;\; -۳ \le x \le ۱$

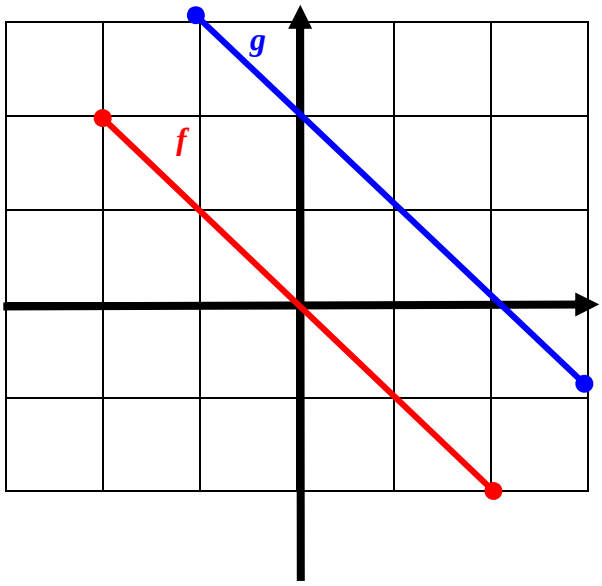
$D_f = [-۲,۲] \;,\; D_g = [-۳,۱] \Rightarrow D_{f \times g} = D_f \cap D_g = [-۲,۱]$

$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x) = -x(-x-۲) = x^۲ + ۲x \quad ; -۲ \le x \le ۱$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۲	درس : ۴
نام فصل : تابع	نام درس : اعمال روی توابع		مفهوم مورد ارزشیابی : ترکیب دو تابع	
حیطه شناختی : کاربرد		سطح ارزشیابی : دشوار	بارم : ۱/۵ نمره	
نام طراح : عادل محمدی	استان : خوزستان		شهرستان آبادان	

سوال

با توجه به نمودارهای توابع f , g در شکل مقابل ضابطه‌ی $(fog)(x)$ را بنویسید.



پاسخ تشریحی

$f(x)=-x \;;-۲\le x\le ۲ \quad , \quad g(x)=-x+۲\;;-۱\le x\le ۳$

$D_f=[-۲,۲]\;,\;D_g=[-۱,۳]\Rightarrow D_{fog}=\{x\in D_g \,|\, g(x)\in D_f\}=\{-۱\le x\le ۳ \,|\, -۲\le g(x)\le ۲\}$

$\Rightarrow -۲\le -x+۲\le ۲\Rightarrow -۴\le -x\le ۰\Rightarrow ۰\le x\le ۴$

$\Rightarrow D_{fog}=\{-۱\le x\le ۳ \,|\, ۰\le x\le ۴\}=[۰,۳]$

$(fog)(x)=f(g(x))=-g(x)=-(-x+۲)=x-۲\;;۰\le x\le ۳$

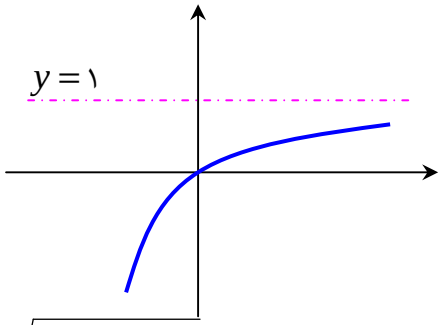
کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۱
نام فصل: توابع نمایی و لگاریتمی	نام درس: تابع نمایی	مفهوم مورد ارزشیابی: دامنه تابع نمایی		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: ساده	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: آزیتا سرقلی	استان: خوزستان	شهرستان :ایذه		

سوال

هرگاه $f(x)=1-(\frac{1}{3})^x$ باشد، دامنه‌ی تابع $g(x)=\sqrt{(x-1)f(x)}$ را بیابید.

پاسخ تشریحی

به کمک قوانین انتقال و پس از رسم نمودار تابع $y=(\frac{1}{3})^x$ نمودار تابع $f(x)=1-(\frac{1}{3})^x$ به صورت زیر بدست می آید.



$g(x)=\sqrt{(x-1)f(x)} \rightarrow (x-1)f(x)\geq 0$

$x\geq 1 \rightarrow f(x)\geq 0$

$x<1 \rightarrow f(x)<0$

$D_g=[1,+\infty)\cup(-\infty,0]=R-(0,1)$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۳	درس :۳
نام فصل : تابع نمایی و لگاریتمی	نام درس : توابع نمایی و لگاریتمی	مفهوم مورد ارزشیابی : ویژگی های لگاریتم		
حیطه شناختی : کاربرد	سطح ارزشیابی : دشوار	بارم : ۱/۵ نمره		
نام طراح : عادل محمدی	استان : خوزستان	شهرستان آبادان		

سوال

اگر $\log ۲ = a , \log ۳ = b$ مقدار $\log_{۰/۷۵}^{۲/۱۶}$ زیر را بر حسب a,b بیابید.

پاسخ تشریحی

$$۲/۱۶ = ۲\frac{۱۶}{۱۰۰} = ۲\frac{۴}{۲۵} = \frac{۵۴}{۲۵} = \frac{۲\times ۳^{۳}}{۵^{۲}} \quad , \quad ۰/۷۵ = \frac{۳}{۴} = \frac{۳}{۲^{۲}}$$

$$\log_{۰/۷۵}^{۲/۱۶} = \frac{\log_{۱۰}^{۲/۱۶}}{\log_{۱۰}^{۰/۷۵}} = \frac{\log\left(\frac{۲\times ۳^{۳}}{۵^{۲}}\right)}{\log\left(\frac{۳}{۲^{۲}}\right)} = \frac{\log ۲ + ۳\log ۳ - ۲\log ۵}{\log ۳ - ۲\log ۲}$$

$$= \frac{a + ۳b - ۲(۱ - \log ۲)}{b - ۲a} = \frac{a + ۳b - ۲(۱ - a)}{b - ۲a} = \frac{۳a + ۳b - ۲}{b - ۲a}$$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۳	درس : ۲
نام فصل : تابع نمایی و لگاریتمی	نام درس : توابع نمایی و لگاریتمی		مفهوم مورد ارزشیابی : تابع نمایی و لگاریتمی	
حیطه شناختی : دانش		سطح ارزشیابی : ساده		بارم : ۱ نمره
نام طراح : عادل محمدی		استان : خوزستان		شهرستان آبادان

سوال

در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

الف : نقطه به مختصات ..... نقطه ثابت تابع نمایی $a \neq ۱ , a > ۰$ $f(x) = a^x$ است .

ب : نقطه به مختصات ..... نقطه ثابت تابع لگاریتمی $a \neq ۱ , a > ۰$ $f(x) = log_a^x$ است.

پاسخ تشریحی

الف : $A(۰,۱)$ ب : $A(۱,۰)$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۲
نام فصل: توابع نمایی و لگاریتمی	نام درس: توابع نمایی و لگاریتمی	مفهوم مورد ارزشیابی: نمودار تابع		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: عبدالامیر عباس زاده	استان: خوزستان	شهرستان : ناحیه۴		

سوال

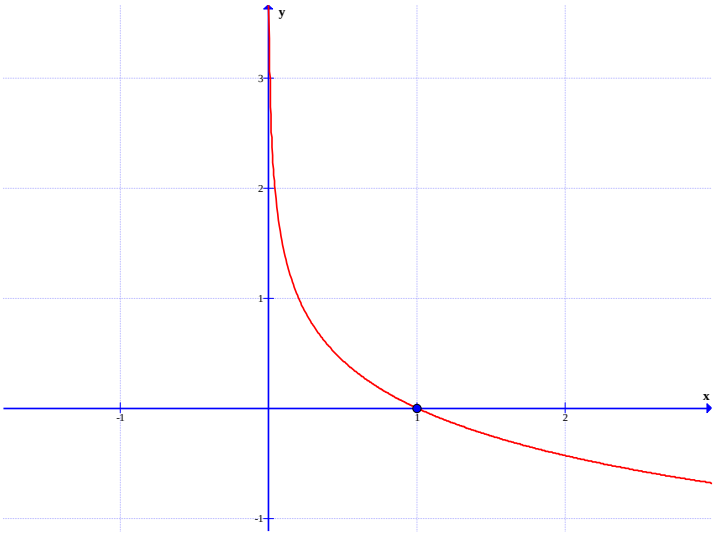
تابع $f(x)=\log_{\frac{۱}{۵}}^{x}$ را در نظر بگیرید.

الف : نمودار این تابع را رسم کنید.

ب : ضابطه‌ی معکوس تابع را بنویسید.

پاسخ تشریحی

به کمک نقطه‌ی یابی نمودار تابع رسم می شود.



$$f(x)=\log_{\frac{۱}{۵}}^{x} \rightarrow y=\log_{\frac{۱}{۵}}^{x} \xrightarrow{x\leftrightarrow y} x=\log_{\frac{۱}{۵}}^{y} \rightarrow y=x^{\frac{۱}{۵}} \rightarrow y=\sqrt[۵]{x}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt[۵]{x}$$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۲
نام فصل: تابع	نام درس: توابع نمایی و لگاریتمی	مفهوم مورد ارزشیابی: وارون تابع نمایی		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: مراد محمودی	استان: خوزستان	شهرستان : ایذه		

سوال

وارون تابع $f(x)=\frac{۴^x+۲^x}{۲^x}$ از کدام نواحی دستگاه محورهای می گذرد.

الف : ناحیه های اول و سوم

ب : ناحیه های اول و چهارم

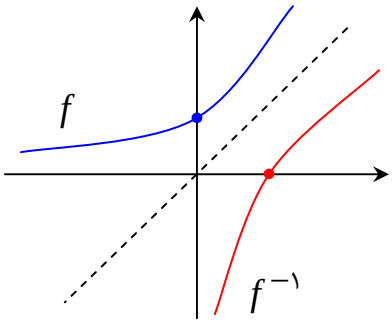
پ : ناحیه های اول و دوم

ت : ناحیه های دوم و چهارم

پاسخ تشریحی

$$f(x)=\frac{۴^x+۲^x}{۲^x}=\frac{۴^x}{۲^x}+\frac{۲^x}{۲^x}=۲^x+۱$$

به کمک نقطه یابی و رسم نمودار معلوم می شود که وارون تابع از ناحیه های اول و چهارم دستگاه محور های مختصات می گذرد.



کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۲
نام فصل: تابع	نام درس: توابع نمایی و لگاریتمی	مفهوم مورد ارزشیابی: وارون تابع نمایی		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: مراد محمودی	استان: خوزستان	شهرستان : ایذه		

سوال
وارون تابع $f(x)=\frac{۴^x+۲^x}{۲^x}$ کدام است؟

پاسخ تشریحی
$f(x)=\frac{۴^x+۲^x}{۲^x}=\frac{۴^x}{۲^x}+\frac{۲^x}{۲^x}=۲^x+۱$
$f(x)=۲^x+۱$
$y=۲^x+۱\xrightarrow{x\leftrightarrow y}x=۲^y+۱$
$\rightarrow x-۱=۲^y\rightarrow y=\log_۲^{x-۱}$
$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\log_۲^{x-۱}$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۲
نام فصل: توابع نمایی و لگاریتمی	نام درس: لگاریتم	مفهوم مورد ارزشیابی: تابع لگاریتمی		
حیطه شناختی: درک و فهم	سطح ارزشیابی: ساده	بارم: ۰/۵ نمره		
نام طراح: آزاده حاجی هاشمی	استان: خوزستان	شهرستان : ناحیه۲ اهواز		

سوال
دامنه‌ی تابع $y=\log_{۲}^{۶-۲x}$ را **بدست آورید.**

پاسخ تشریحی
$۶-۲x>۰ \rightarrow ۲x<۶ \rightarrow x<۳ \Rightarrow D_f=(-\infty,۳)$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۱
نام فصل: توابع نمایی و لگاریتمی	نام درس: تابع نمایی	مفهوم مورد ارزشیابی: معادله نمایی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: ساده	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: آزیتا سرقلی	استان: خوزستان	شهرستان :ایذه		

سوال
معادله‌ی زیر را حل کنید. $$۴^{x}=۵^{۲-x}$$

پاسخ تشریحی
$\log ۴^{x}=\log ۵^{۲-x}\rightarrow x\log ۴=(۲-x)\log ۵$ $\rightarrow x\log ۴=۲\log ۵-x\log ۵\rightarrow x\log ۴+x\log ۵=۲\log ۵$ $\rightarrow x(\log ۴+\log ۵)=۲\log ۵\rightarrow x=\frac{۲\log ۵}{\log ۴+\log ۵}\rightarrow x=\frac{\log ۲۵}{\log ۲۰}=\log_{۲۰}^{۲۵}$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۳	درس :۳
نام فصل : تابع نمایی و لگاریتمی	نام درس : توابع نمایی و لگاریتمی	مفهوم مورد ارزشیابی : ویژگی های لگاریتم		
حیطه شناختی : کاربرد	سطح ارزشیابی : دشوار	بارم : ۱/۵ نمره		
نام طراح : عادل محمدی	استان : خوزستان	شهرستان آبادان		

سوال

معادله درجه سوم $x^{۳}-۳x^{۲}+(۲+\log a)x-\log a=۰$ به ازای چه مقادیری از a بیش از یک ریشه حقیقی دارد ؟

پاسخ تشریحی

مجموع ضرایب این معادله صفر است : $۱-۳+۲+\log a-\log a=۰$

پس یکی از ریشه های معادله $x=۱$ است و عبارت $x^{۳}-۳x^{۲}+(۲+\log a)x-\log a$ بر $x-۱$ بخشپذیر است :

	۱	-۳	$۲+\log a$	$-\log a$
۱		۱	-۲	$\log a$
	۱	-۲	$\log a$	۰

پس :

$$x^{۳}-۳x^{۲}+(۲+\log a)x-\log a=(x-۱)\left(x^{۲}-۲x+\log a\right)$$

به عبارت دیگر شرط اینکه معادله داده شده بیش از یک ریشه حقیقی داشته باشد این است که معادله $x^{۲}-۲x+\log a=۰$ ریشه حقیقی داشته باشد .

$$\Delta=b^{۲}-۴ac\geq ۰$$

$$\Rightarrow(-۲)^{۲}-۴(۱)(\log a)\geq ۰\Rightarrow \log a\leq ۱\Rightarrow ۰<a\leq ۱۰$$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۳	درس : ۲
نام فصل : تابع نمایی و لگاریتمی	نام درس : توابع نمایی و لگاریتمی	مفهوم مورد ارزشیابی : لگاریتم		
حیطه شناختی : کاربرد	سطح ارزشیابی : دشوار	بارم : ۱/۵ نمره		
نام طراح : عادل محمدی	استان : خوزستان	شهرستان آبادان		

سوال

مقدار $\left[-\log_{۰/۵}^{۳۶}\right]$ را بیابید . (توجه نماد [ ] علامت جزء صحیح است .)

پاسخ تشریحی

$$۰/۵=\frac{۱}{۲}=۲^{-۱}\Rightarrow -\log_{۰/۵}^{۳۶}=-\log_{۲^{-۱}}^{۳۶}=\log_{۲}^{۳۶}$$

$$۲^{۵}<۳۶<۲^{۶}\Rightarrow \log_{۲}^{۲^{۵}}<\log_{۲}^{۳۶}<\log_{۲}^{۲^{۶}}\Rightarrow ۵<\log_{۲}^{۳۶}<۶$$

$$\left[-\log_{۰/۵}^{۳۶}\right]=\left[\log_{۲}^{۳۶}\right]=۵$$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۳	درس : ۲
نام فصل : تابع نمایی و لگاریتمی	نام درس : توابع نمایی و لگاریتمی	مفهوم مورد ارزشیابی : معادله ی نمایی		
حیطه شناختی : کاربرد	سطح ارزشیابی : دشوار	بارم : ۱/۵ نمره		
نام طراح : عادل محمدی	استان : خوزستان	شهرستان آبادان		

سوال

مجموعه جواب نامعادله مقابل را بیابید. $۲^{x+۲}-۲^{x+۳}+۵^{x+۲}>۲^{x+۴}+۵^{x+۱}$

پاسخ تشریحی

$$۲^{x+۲}-۲^{x+۳}-۲^{x+۴}>۵^{x+۱}-۵^{x+۲}\Rightarrow ۲^{x+۲}\left(۱-۲^{۱}-۲^{۲}\right)>۵^{x+۲}\left(\frac{۱}{۵}-۱\right)$$

$$\Rightarrow -۵\times ۲^{x+۲}>-\frac{۴}{۵}\times ۵^{x+۲}\Rightarrow ۵\times ۲^{x+۲}<\frac{۴}{۵}\times ۵^{x+۲}\Rightarrow \frac{۲^{x+۲}}{۵^{x+۲}}<\frac{۴}{۲۵}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{۲}{۵}\right)^{x+۲}<\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲}\quad\Rightarrow\quad x+۲>۲\quad\Rightarrow\quad x>۰$$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۳	درس : ۲
نام فصل : تابع نمایی و لگاریتمی	نام درس : توابع نمایی و لگاریتمی		مفهوم مورد ارزشیابی : معادله ی نمایی	
حیطه شناختی : کاربرد		سطح ارزشیابی : دشوار		بارم : ۱/۵ نمره
نام طراح : عادل محمدی		استان : خوزستان		شهرستان آبادان

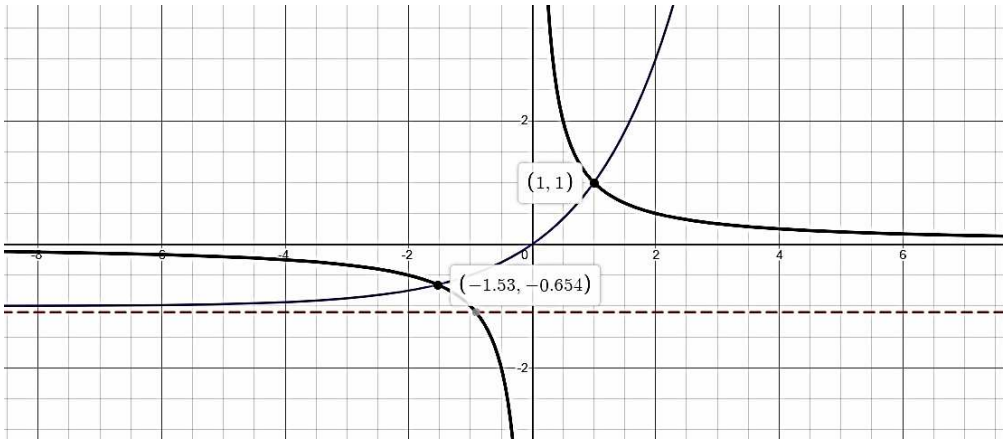
سوال

تعداد ریشه های معادله $x2^x - 1 = x$ را به روش هندسی بیابید .

پاسخ تشریحی

$$x2^x - 1 = x \Rightarrow x2^x - x = 1 \Rightarrow x\left(2^x - 1\right) = 1$$

$$\Rightarrow 2^x - 1 = \frac{1}{x} \Rightarrow f(x) = 2^x - 1 \ , \ g(x) = \frac{1}{x}$$



نمودارهای دو تابع f , g یکدیگر را فقط در دو نقطه قطع می کنند . پس این معادله دارای دو ریشه است.

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۲
نام فصل: تابع	نام درس: توابع نمایی و لگاریتمی	مفهوم مورد ارزشیابی: روابط لگاریتمی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال

حاصل عبارت $\frac{۱}{۱+\log_a^b}+\frac{۱}{۱+\log_b^a}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ تشریحی

$$\frac{۱}{۱+\log_b^a}+\frac{۱}{۱+\log_a^b}=\frac{(۱+\log_a^b)+(۱+\log_b^a)}{(۱+\log_b^a)(۱+\log_a^b)}$$

$$=\frac{۲+\log_b^a+\log_a^b}{۱+(\log_b^a+\log_a^b)+(\log_b^a)(\log_a^b)}=\frac{۲+\log_b^a+\log_a^b}{۱+\log_b^a+\log_a^b+۱}$$

$$=\frac{۲+\log_b^a+\log_a^b}{۲+\log_b^a+\log_a^b}=۱$$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۲
نام فصل: توابع نمایی و لگاریتمی	نام درس: تابع لگاریتمی	مفهوم مورد ارزشیابی: روابط لگاریتمی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال
معادله‌ی $(۴-\sqrt{۱۵})^{x^۲}=(۴+\sqrt{۱۵})^{۲x}$ را حل کنید.

پاسخ تشریحی
$\log_{۴-\sqrt{۱۵}}^{(۴+\sqrt{۱۵})^{۲x}}=x^۲ \to ۲x\ \log_{۴-\sqrt{۱۵}}^{۴+\sqrt{۱۵}}=x^۲$
$\to ۲x\log_{\frac{۱}{۴+\sqrt{۱۵}}}^{۴+\sqrt{۱۵}}=x^۲ \to -۲x\ \log_{۴+\sqrt{۱۵}}^{۴+\sqrt{۱۵}}=x^۲$
$\to -۲x=x^۲ \to x^۲+۲x=۰ \to x=۰\ ,\ x=-۲$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۲
نام فصل: توابع نمایی و لگاریتمی	نام درس: تابع لگاریتمی	مفهوم مورد ارزشیابی: روابط لگاریتمی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال

اگر $\log_{۳}^{۲}=a$ و $\log_{۵}^{۳}=b$ و $\log_{۷}^{۵}=c$ حاصل $\log_{۱۵}^{۱۴}$ کدام است؟

۱) $\frac{abc+۱}{abc}$ ۲) $\frac{abc+۱}{bc+a}$ ۳) $\frac{abc+۱}{bc+b}$ ۴) $\frac{abc+۱}{bc+c}$

پاسخ تشریحی

$$\log_{۱۵}^{۱۴}=\frac{\log_{۷}^{۱۴}}{\log_{۷}^{۱۵}}=\frac{\log_{۷}^{۲}+\log_{۷}^{۷}}{\log_{۷}^{۳}+\log_{۷}^{۵}}=\frac{\log_{۳}^{۲}\times\log_{۵}^{۳}\times\log_{۷}^{۵}+۱}{\log_{۵}^{۳}\times\log_{۷}^{۵}+\log_{۷}^{۵}}=\frac{abc+۱}{bc+c}$$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۳
نام فصل: توابع نمایی و لگاریتمی	نام درس: تابع لگاریتمی	مفهوم مورد ارزشیابی: کاربرد لگاریتم		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱/۷۵ نمره		
نام طراح: مصطفی راه نورد	استان: خوزستان	شهرستان : دزفول		

سوال

اگر بزرگی زمین لرزه در مقیاس ریشتر یک واحد افزایش یابد، میزان انرژی آزاده شده در اثر رمین لرزه چه تغییری خواهد کرد؟

پاسخ تشریحی

می دانیم که رابطه‌ی بزرگی بین زمین لرزه بر حسب ریشتر و میزان انرژی آزاده شده بر حسب واحد ارگ به صورت زیر است : (E انرژی و M بزرگی زمین لرزه)

$$\log E = ۱۱/۸ + ۱/۵M$$

اکنون با تغییر M به $M + ۱$ میزان تغییرات E را حساب می کنیم. ($E_۱$ انرژی اولیه و $E_۲$ انرژی ثانویه)

$$\log E_۱ = ۱۱/۸ + ۱/۵M \quad \text{و} \quad \log E_۲ = ۱۱/۸ + ۱/۵(M + ۱)$$

حال طرفین دو تساوی بالا را از هم کم می کنیم:

$$\log E_۲ - \log E_۱ = (۱۱/۸ + ۱/۵M + ۱/۵) - (۱۱/۸ + ۱/۵M)$$

$$\log \frac{E_۲}{E_۱} = ۱/۵ \rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = ۱۰^{۱/۵} \approx ۳۱/۶۲$$

لذا در تغییر یک واحد بزرگی زمین لرزه، انرژی آزاده شده تقریبا ۳۲ برابر خواهد شد.

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۳
نام فصل: توابع نمایی و لگاریتمی	نام درس: توابع نمایی و لگاریتمی	مفهوم مورد ارزشیابی: محاسبه لگاریتم		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: عبدالامیر عباس زاده	استان: خوزستان	شهرستان : ناحیه۴		

سوال
حاصل عبارت زیر را حساب کنید. $\log_{۸}(\log_{۴}(\log_{۲}^{۱۶}))$

پاسخ تشریحی
$\log_{۸}(\log_{۴}(\log_{۲}^{۱۶})) = \log_{۸}(\log_{۴}(۴)) = \log_{۸}(۱) = ۰$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۳
نام فصل: توابع نمایی و لگاریتمی	نام درس: لگاریتم		مفهوم مورد ارزشیابی: معادله لگاریتمی	
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره	
نام طراح: عبدالامیر عباس زاده	استان: خوزستان		شهرستان : ناحیه۴	

سوال

معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$\log_{۵}^{x-۱} - \log_{۵}^{x+۲} = ۱$$

پاسخ تشریحی

$$\log_{۵}^{x-۱} - \log_{۵}^{x+۲} = ۱$$

$$\rightarrow \log_{۵}^{\frac{x-۱}{x+۲}} = ۱ \rightarrow \frac{x-۱}{x+۲} = ۵ \rightarrow x-۱ = ۵x+۱۰ \rightarrow ۴x = -۱۱ \rightarrow x = -\frac{۱۱}{۴}$$ غ ق ق

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۳
نام فصل: توابع نمایی و لگاریتمی	نام درس: لگاریتم	مفهوم مورد ارزشیابی: روابط لگاریتمی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: ساده	بارم: ۰/۵ نمره		
نام طراح: علی محمد ساری	استان: خوزستان	شهرستان : هندیجان		

سوال

حاصل عبارت $۲^{\log_{۲}^{۵}+\log_{۲}^{۳}}$ کدام است؟

الف : $\frac{۱۵}{۲}$ ب: $\frac{۲}{۱۵}$ ج : ۱۵ د : ۸

پاسخ تشریحی

$$۲^{\log_{۲}^{۵}+\log_{۲}^{۳}} = ۲^{\log_{۲}^{۱۵}} = ۱۵$$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۳	درس : ۳
نام فصل: توابع نمایی و لگاریتمی	نام درس: لگاریتم	مفهوم مورد ارزشیابی: روابط لگاریتمی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: ساده	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: آزاده حاجی هاشمی	استان: خوزستان	شهرستان : ناحیه۲ اهواز		

سوال
اگر $\log ۲ = ۰/۳$ و $\log ۳ = ۰/۴$ باشد، حاصل $\log\sqrt{۰/۷۵}$ را حساب کنید.

پاسخ تشریحی
$\log\sqrt{۰/۷۵} = \frac{۱}{۲}\log\frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۲}(\log ۳ - \log ۴) = \frac{۱}{۲}(\log ۳ - ۲\log ۲) = \frac{۱}{۲}(۰/۴ - ۲(۰/۳)) = \frac{۱}{۲}(-۰/۲)$ $= -\frac{۱}{۱۰}$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۲	درس : ۴
نام فصل : توابع نمایی و لگاریتمی	نام درس : توابع نمایی و لگاریتمی		مفهوم مورد ارزشیابی : معادله لگاریتمی	
حیطه شناختی : کاربرد		سطح ارزشیابی : دشوار		بارم : ۱/۵ نمره
نام طراح : جابرعامری	استان : خوزستان		شهرستان : باوی	

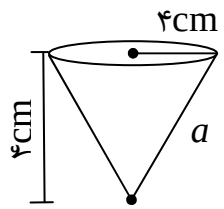
سوال
معادله‌ی $(۴-\sqrt{۱۵})^{x^۲} = (۴+\sqrt{۱۵})^{۲x}$ را حل کنید.

پاسخ تشریحی
$\log_{۴-\sqrt{۱۵}}^{(۴+\sqrt{۱۵})^{۲x}} = x^۲ \to ۲x \log_{۴-\sqrt{۱۵}}^{۴+\sqrt{۱۵}} = x^۲$
$\to ۲x \log_{\frac{۱}{۴+\sqrt{۱۵}}}^{۴+\sqrt{۱۵}} = x^۲ \to -۲x \log_{۴+\sqrt{۱۵}}^{۴+\sqrt{۱۵}} = x^۲$
$\to -۲x = x^۲ \to x^۲ + ۲x = ۰ \to x = ۰ , x = -۲$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۴	درس : ۱
نام فصل : مثلثات	نام درس : رادیان	مفهوم مورد ارزشیابی : رادیان		
حیطه شناختی : کاربرد	سطح ارزشیابی : متوسط	بارم : ۱/۵ نمره		
نام طراح : جابرعامری	استان : خوزستان	شهرستان : باوی		

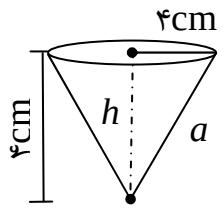
سوال

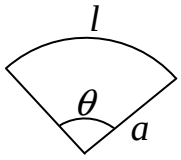
در شکل مقابل مخروطی به شعاع قاعده‌ی ۳ و ارتفاع ۴ سانتی متر داده شده است. اندازه‌ی زاویه‌ی قطاع حاصل از گسترده‌ی مخروط را بر حسب رادیان به دست آورید.



پاسخ تشریحی

طول کمال برابر محیط قاعده‌ی مخروط است. پس $l = ۲\pi r \xrightarrow{r=۳} l = ۶\pi$





$$r^۲ + h^۲ = a^۲ \to ۳^۲ + ۴^۲ = a^۲ \to a = ۵$$

$$\theta = \frac{l}{a} = \frac{۶\pi}{۵}$$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۴	درس :۱
نام فصل : مثلثات	نام درس : رادیان		مفهوم مورد ارزشیابی : رادیان	
حیطه شناختی : دانش		سطح ارزشیابی : ساده		بارم : ۱/۵ نمره
نام طراح : عادل محمدی	استان : خوزستان		شهرستان آبادان	

سوال

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید ؟

الف : π رادیان معادل ۱۸۰ درجه است .

ب : ۱ رادیان مساوی ۱ درجه است .

ج : انتهای کمانی به اندازه ۴ رادیان در ربع چهارم دایره مثلثاتی قرار دارد.

پاسخ تشریحی

پاسخ : الف : درست ب : نادرست ج : نادرست

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۴	درس :۱
نام فصل : مثلثات	نام درس : رادیان		مفهوم مورد ارزشیابی : رادیان	
حیطه شناختی : کاربرد		سطح ارزشیابی : دشوار		بارم : ۱ نمره
نام طراح : عادل محمدی	استان : خوزستان		شهرستان آبادان	

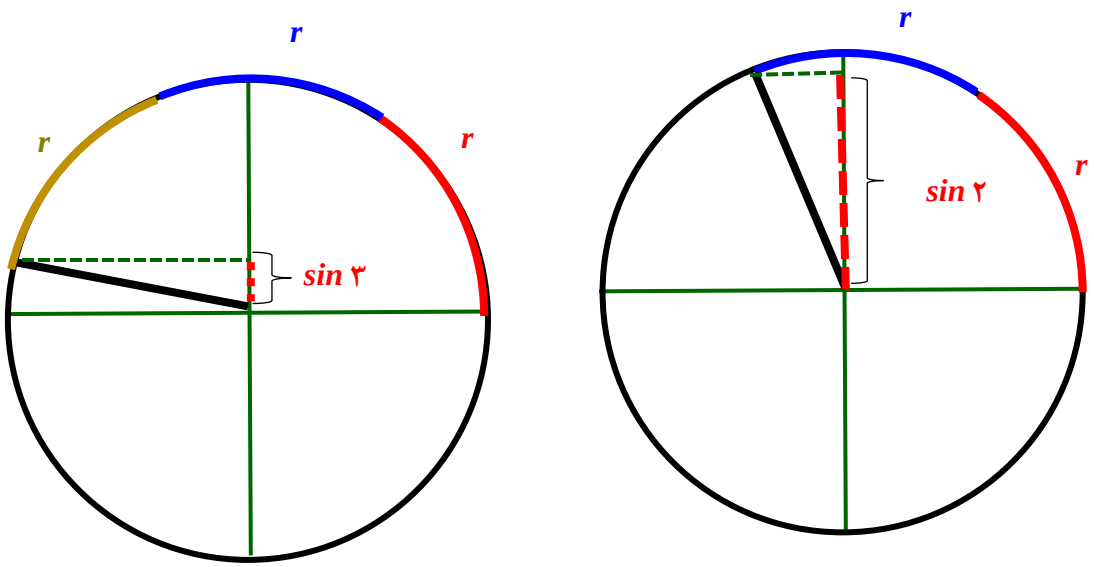
سوال

مقایسه کنید : $\sin ۳$ ☐ $\sin ۲$

پاسخ تشریحی

۲ رادیان و ۳ رادیان هردو در ناحیه دوم دایره مثلثاتی قرار دارند و با توجه به شکل مقابل نتیجه می شود :

$\sin ۲ > \sin ۳$



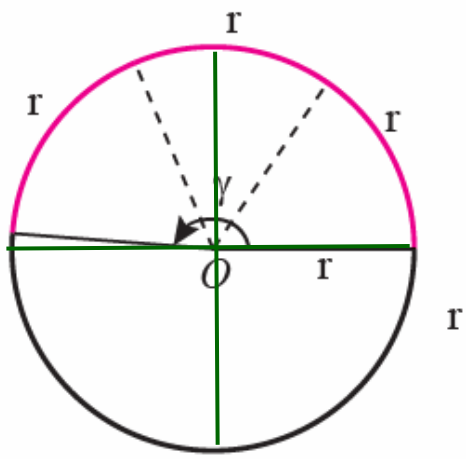
کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۴	درس :۱
نام فصل : مثلثات	نام درس : رادیان		مفهوم مورد ارزشیابی : رادیان	
حیطه شناختی : کاربرد		سطح ارزشیابی : دشوار		بارم : ۱ نمره
نام طراح : عادل محمدی	استان : خوزستان		شهرستان آبادان	

سوال

در دایره ی مثلثاتی انتهای کمانی به اندازه ۳ رادیان در کدام ناحیه قرار دارد ؟

پاسخ تشریحی

پاسخ :

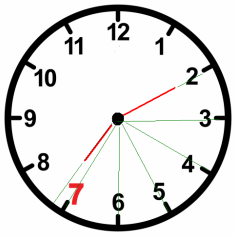


با توجه به تعریف رادیان و شکل مقابل چون $\frac{\pi}{۲} < ۳ < \pi = ۳/۱۴$

نتیجه می شود که ۳ رادیان در ربع دوم قرار دارد.

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۴	درس : ۱
نام فصل: مثلثات	نام درس: رادیان	مفهوم مورد ارزشیابی: واحدهای اندازه گیری زاویه		
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره	
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال
اندازه‌ی زاویه ای که عقربه‌ی ساعت شمار از ساعت ۱ بعد از ظهر تا ۳ بعد از ظهر حرکت می کند را برحسب درجه و رادیان بیان کنید.

پاسخ تشریحی
حل :  $D=\frac{۳۶۰}{۱۲}\times ۲=۶۰ \quad \deg$ $\frac{D}{۱۸۰}=\frac{R}{\pi}\rightarrow\frac{۶۰}{۱۸۰}=\frac{R}{\pi}\rightarrow R=\frac{۶۰\times\pi}{۱۸۰}=\frac{\pi}{۳} \quad rad$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۴	درس : ۲
نام فصل: مثلثات	نام درس: نسبت های مثلثاتی	مفهوم مورد ارزشیابی: روابط مثلثاتی زاویا		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال
تساوی زیر را ثابت کنید. $\sqrt{۲}\sin(۱۳۵^\circ)+\cot(۳۰^\circ).\cos(۲۱۰^\circ)-\tan(-۱۳۵^\circ)=-\frac{۳}{۲}$

پاسخ تشریحی
$\sqrt{۲}\sin(۱۳۵^\circ)+\cot(۳۰^\circ).\cos(۲۱۰^\circ)-\tan(-۱۳۵^\circ)$ $=\sqrt{۲}\sin(۱۸۰-۴۵)+\cot(۳۰).\cos(۱۸۰+۳۰)+\tan(۱۸۰-۴۵)$ $=-\sqrt{۲}\sin(-۴۵)-\cot(۳۰).\cos(۳۰)-\tan(۴۵)$ $=\sqrt{۲}\sin(۴۵)-\cot(۳۰).\cos(۳۰)-\tan(۴۵)$ $=\sqrt{۲}\times(\frac{\sqrt{۲}}{۲})-(\sqrt{۳})\times(\frac{\sqrt{۳}}{۳})-۱=۱-۱-۱=-\frac{۳}{۲}$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۴	درس : ۳
نام فصل: مثلثات	نام درس: نسبت های مثلثاتی		مفهوم مورد ارزشیابی: روابط مثلثاتی	
حیطه شناختی: کاربرد		سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره	
نام طراح: عبدالامیر عباس زاده	استان: خوزستان		شهرستان : ناحیه۴	

سوال
مقدار $\cos(\frac{۵۳\pi}{۴})$ را حساب کنید.

پاسخ تشریحی
$\cos(\frac{۵۳\pi}{۴})=\cos(\frac{۵۲\pi}{۴}+\frac{\pi}{۴})=\cos(۱۳\pi+\frac{\pi}{۴})=-\cos(\frac{\pi}{۴})=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۴	درس : ۲
نام فصل: مثلثات	نام درس: نسبت های مثلثاتی	مفهوم مورد ارزشیابی: روابط مثلثاتی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: عبدالامیر عباس زاده	استان: خوزستان	شهرستان : ناحیه۴		

سوال
مقدار $\tan(-\frac{۱۹\pi}{۴})$ را حساب کنید.

پاسخ تشریحی
$\tan(-\frac{۱۹\pi}{۴}) = \tan(\frac{۱۹\pi}{۴}) = -\tan(۲۰\pi - \frac{\pi}{۴}) = -\tan(-\frac{\pi}{۴}) = \tan(\frac{\pi}{۴}) = ۱$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۴	درس : ۲
نام فصل: مثلثات	نام درس: نسب های مثلثاتی	مفهوم مورد ارزشیابی: نسبت های مثلثاتی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: ساده	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال

مقدار $\frac{\sin ۵۰^\circ \sin ۴۰^\circ}{\cos ۱۰^\circ}$ چقدر است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۸}$

پاسخ تشریحی

$$\frac{\sin ۵۰^\circ \sin ۴۰^\circ}{\cos ۱۰^\circ}=\frac{\sin ۵۰^\circ \sin ۴۰^\circ}{\sin ۸۰^\circ}=\frac{\sin ۵۰^\circ \sin ۴۰^\circ}{۲\sin ۴۰^\circ \cos ۴۰^\circ}=\frac{۱}{۲}\times\frac{\sin ۵۰^\circ}{\cos ۴۰^\circ}=\frac{۱}{۲}\times ۱=\frac{۱}{۲}$$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۴	درس :۲
نام فصل : مثلثات	نام درس : روابط مثلثاتی		مفهوم مورد ارزشیابی : روابط مثلثاتی	
حیطه شناختی : کاربرد		سطح ارزشیابی : ساده		بارم : ۱/۵ نمره
نام طراح : جابرعامری	استان : خوزستان		شهرستان : باوی	

سوال

حاصل $\tan(۲۰^\circ) + \tan(۴۰^\circ) + \tan(۶۰^\circ) + \ldots + \tan(۱۸۰^\circ)$ را به دست آورید.

پاسخ تشریحی

$$\tan(۲۰) + \tan(۴۰) + \tan(۶۰) + \ldots + \tan(۱۸۰)$$

$$= \tan(۲۰) + \tan(۴۰) + \tan(۶۰) + \tan(۸۰) + \tan(۱۰۰) + \tan(۱۲۰) + \tan(۱۴۰) + \tan(۱۶۰) + \tan(۱۸۰)$$

$$= \tan(۲۰) + \tan(۴۰) + \tan(۶۰) + \tan(۸۰) + \tan(۱۸۰ - ۸۰) + \tan(۱۸۰ - ۶۰) + \tan(۱۸۰ - ۴۰) + \tan(۱۸۰ - ۲۰) + \tan(۱۸۰)$$

$$= \tan(۲۰) + \tan(۴۰) + \tan(۶۰) + \tan(۸۰) - \tan(۸۰) - \tan(۶۰) - \tan(۴۰) - \tan(۲۰) + \tan(۱۸۰) = ۰$$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۴	درس :۲
نام فصل : مثلثات	نام درس : روابط مثلثاتی		مفهوم مورد ارزشیابی : روابط مثلثاتی	
حیطه شناختی : دانش		سطح ارزشیابی : ساده		بارم : ۱ نمره
نام طراح : جابرعامری	استان : خوزستان		شهرستان : باوی	

سوال

نشان دهید که $\sin(\frac{\pi}{۲}-\theta)+\cos(\pi-\theta)=۰$

پاسخ تشریحی

$$\sin(\frac{\pi}{۲}-\theta)+\cos(\pi-\theta)=\cos\theta-\cos\theta=۰$$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۴	درس : ۳
نام فصل: مثلثات	نام درس: توابع	مفهوم مورد ارزشیابی: توابع مثلثاتی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال

مقدار تابع زیر را در نقطه‌ی $x=\frac{\pi}{۶}$ را به دست آورید.

$$f(x)=-۱+\frac{۲}{\sqrt{۳}}\cos(۲x-\frac{\pi}{۲})$$

پاسخ تشریحی

$$f(\frac{\pi}{۶})=-۱+\frac{۲}{\sqrt{۳}}\cos(۲(\frac{\pi}{۶})-\frac{\pi}{۲})=-۱+\frac{۲}{\sqrt{۳}}\cos(\frac{\pi}{۳}-\frac{\pi}{۲})$$

$$=-۱+\frac{۲}{\sqrt{۳}}\cos(\frac{\pi}{۲}-\frac{\pi}{۳})=-۱+\frac{۲}{\sqrt{۳}}\sin(\frac{\pi}{۳})=-۱+\frac{۲}{\sqrt{۳}}\times(\frac{\sqrt{۳}}{۲})=-۱+۱=۰$$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۴	درس : ۳
نام فصل: مثلثات	نام درس: توابع	مفهوم مورد ارزشیابی: توابع مثلثاتی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: متوسط	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال
مقدار حداکثری و حداقلی تابع زیر را بیابید. $f(x)=\frac{۳-۷\sin(۲x)}{۵}$

پاسخ تشریحی
$Max(f)=\frac{۳-۷(-۱)}{۵}=\frac{۳+۷}{۵}=۲$ $Min(f)=\frac{۳-۷(۱)}{۵}=\frac{۳-۷}{۵}=\frac{-۴}{۵}$

کتاب : حسابان۱	رشته : ریاضی	پایه : یازدهم	فصل : ۴	درس :۳
نام فصل : مثلثات	نام درس : روابط مثلثاتی	مفهوم مورد ارزشیابی : روابط مثلثاتی		
حیطه شناختی : کاربرد	سطح ارزشیابی : متوسط	بارم : ۱/۵ نمره		
نام طراح : جابرعامری	استان : خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال

حاصل عبارت زیر را تعیین کنید.

$$A=\frac{\cos(۲۰^\circ)\cos(۴۰^\circ)-\sin(۲۰^\circ)\sin(۴۰^\circ)}{\sin(۲۰^\circ)\cos(۴۰^\circ)+\cos(۲۰^\circ)\sin(۴۰^\circ)}$$

پاسخ تشریحی

$$A=\frac{\cos(۲۰^\circ)\cos(۴۰^\circ)-\sin(۲۰^\circ)\sin(۴۰^\circ)}{\sin(۲۰^\circ)\cos(۴۰^\circ)+\cos(۲۰^\circ)\sin(۴۰^\circ)}=\frac{\cos(۲۰+۴۰)}{\sin(۲۰+۴۰)}=\frac{\cos ۶۰}{\sin ۶۰}=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۴	درس : ۴
نام فصل: مثلثات	نام درس: روابط مثلثاتی	مفهوم مورد ارزشیابی: روابط مثلثاتی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال
ثابت کنید که $\sin ۵۰ + \sqrt{۳}\cos ۵۰ = ۲\cos ۲۰$

پاسخ تشریحی
$\sin ۵۰ + \sqrt{۳}\cos ۵۰ = \sin ۵۰ + \tan ۶۰ \cos ۵۰$
$= \sin ۵۰ + \frac{\sin ۶۰}{\cos ۶۰}\cos ۵۰ = \frac{\sin ۵۰ \cos ۶۰ + \cos ۵۰ \sin ۶۰}{\cos ۶۰}$
$= \frac{\sin(۵۰+۶۰)}{\cos ۶۰} = \frac{\sin ۱۱۰}{\cos ۶۰} = \frac{\sin(۹۰+۲۰)}{\frac{۱}{۲}} = \frac{\cos ۲۰}{\frac{۱}{۲}} = ۲\cos ۲۰$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۴	درس : ۴
نام فصل: مثلثات	نام درس: روابط مثلثاتی	مفهوم مورد ارزشیابی: روابط مثلثاتی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال
اگر z و y و x سه زاویه‌ی یک مثلث باشند، ثابت کنید که $$\tan x+\tan y+\tan z=\tan x.\tan y.\tan z$$

پاسخ تشریحی
$x+y+z=\pi \to x+y=\pi-z$ $\to \tan(x+y)=\tan(\pi-z) \to \dfrac{\tan x+\tan y}{۱-\tan x\tan y}=-\tan z$ $\to \tan x+\tan y=-\tan z+\tan x\tan y\tan z$ $\to \tan x+\tan y+\tan z=\tan x.\tan y.\tan z$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۴	درس : ۴
نام فصل: مثلثات	نام درس: روابط مثلثاتی	مفهوم مورد ارزشیابی: روابط مثلثاتی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال

مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=\frac{\pi}{۱۵}$ را محاسبه کنید.

$$A=\sin ۳x\cos ۲x+\sin ۲x\cos ۳x$$

پاسخ تشریحی

$$A=\sin ۳x\cos ۲x+\sin ۲x\cos ۳x=\sin(۳x+۲x)=\sin ۵x$$

$$\Rightarrow A=\sin ۵(\frac{\pi}{۱۵})=\sin\frac{\pi}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۴	درس : ۴
نام فصل: مثلثات	نام درس: روابط مثلثاتی	مفهوم مورد ارزشیابی: روابط مثلثاتی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱/۵ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال

حاصل عبارت زیر را به ازای $x=\frac{\pi}{۲۴}$ بیابید.

$$A=\sin x\cos^{۳} x-\sin^{۳} x\cos x$$

پاسخ تشریحی

$$A=\sin x\cos^{۳} x-\sin^{۳} x\cos x=\sin x\cos x(\cos^{۲} x-\sin^{۲} x)$$

$$=\frac{۱}{۲}\times ۲\sin x\cos x(\cos^{۲} x-\sin^{۲} x)=\frac{۱}{۲}(\sin ۲x)(\cos ۲x)=\frac{۱}{۴}\times ۲(\sin ۲x)(\cos ۲x)$$

$$=\frac{۱}{۴}\sin ۴x$$

$$A\Big|_{x=\frac{\pi}{۲۴}}=\frac{۱}{۴}\sin(۴\times\frac{\pi}{۲۴})=\frac{۱}{۴}\sin(\frac{\pi}{۶})=\frac{۱}{۴}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۸}$$

کتاب: حسابان۱	رشته: ریاضی	پایه: یازدهم	فصل: ۴	درس : ۴
نام فصل: مثلثات	نام درس: روابط مثلثاتی	مفهوم مورد ارزشیابی: روابط مثلثاتی		
حیطه شناختی: کاربرد	سطح ارزشیابی: دشوار	بارم: ۱ نمره		
نام طراح: جابرعامری	استان: خوزستان	شهرستان : باوی		

سوال
تساوی زیر را ثابت کنید. $\sin ۴\theta = ۸\sin\theta\cos^{۳}\theta - ۴\sin\theta\cos\theta$

پاسخ تشریحی
$۸\sin\theta\cos^{۳}\theta - ۴\sin\theta\cos\theta = ۴\sin\theta\cos\theta(۲\cos^{۲}\theta - ۱)$ $= ۲(\sin ۲\theta)(\cos ۲\theta) = \sin ۴\theta$