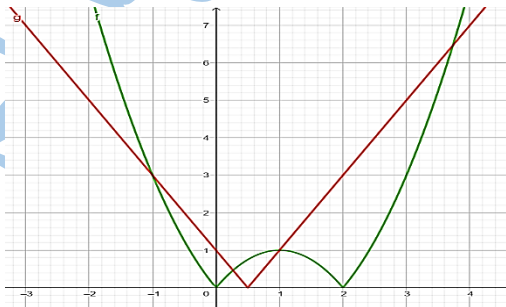
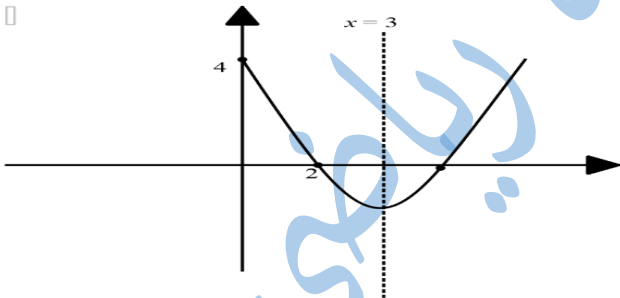
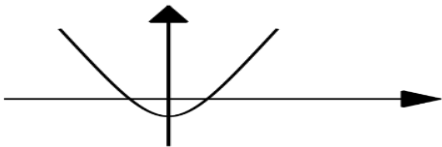


فصل اول

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۱	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. مجموعه جواب‌های معادله $x + 2 = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ برابر مجموعه R است. پاسخ: نادرست	۱
۲	جاهای خالی را با اعداد یا کلمات مناسب پر کنید. الف) نمایش "مجموع فاصله‌ی X از نقاطی به طول‌های ۲ و ۳ -" به زبان ریاضی به صورت است. ب) هرگاه دو خط $my = 3x + 1$ و $(1 - 3m)x + 5y + 2 = 0$ برهم عمود باشند، مقدار m برابر است با..... پاسخ: الف) $x - 2 + x + 3$ (ب) $m = \frac{3}{14}$	۱
۳	در ۲۰ جمله اول یک دنباله حسابی مجموع جملات شماره‌های فرد ۱۲۰ و مجموع جملات شماره‌های زوج ۱۴۰ می‌باشد. جمله اول و قدرنسبت این دنباله را بیابید. پاسخ: $S_{20} = 260 \rightarrow 10(2a + 19d) = 260 \rightarrow 2a + 19d = 26$ $10d = 20 \rightarrow d = 2 \rightarrow 2a + 19(2) = 26 \rightarrow a = -6$	۱
۴	تویی داریم که از هر ارتفاعی رها شود پس از زمین خوردن به اندازه نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌رود. این توپ را از زمین به هوا پرتاب کرده ایم تا به ارتفاع ۱۰ متری برسد. این توپ پس از چهاربار برخورد با زمین چه مسافتی را طی می‌کند؟ پاسخ: $S_n = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q} \rightarrow S_5 = \frac{20(1 - (\frac{1}{2})^5)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{155}{\frac{1}{2}} = 310$ متر	۱
۵	اگر نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، ضابطه سهمی را بنویسید. $a = 1$ پاسخ: $f(x) = x^2 + bx + c \rightarrow 2 = 4 - 2b + c$ $-\frac{b}{2} = -2 \rightarrow b = 4 \rightarrow c = 6$	۱

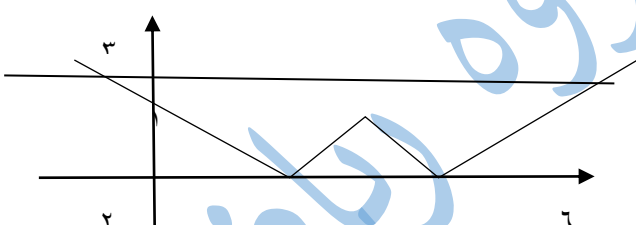
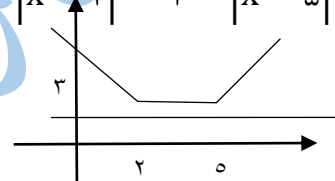
ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۶	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش از مربع ریشه های معادله $x^2 + 2x - 4 = 0$ یک واحد کمتر باشد. پاسخ: $S = x' + x'' = \alpha^2 - 1 + \beta^2 - 1 = \alpha^2 + \beta^2 - 2 = S^2 - 2P - 2 = 10$ $P = x' \cdot x'' = (\alpha^2 - 1)(\beta^2 - 1) = \alpha^2 \beta^2 - (\alpha^2 + \beta^2) + 1 = P^2 - (S^2 - 2P) + 1$ $= 5$ $x^2 - 10x + 5 = 0$	۱
۷	ماشین A کاری را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از ماشین B انجام می دهد. اگر هر دو ماشین یک کار را در ۲۰ ساعت انجام دهند، چه زمانی برای هر کدام از ماشین ها لازم است تا آن کار را به تنهایی انجام دهد؟ پاسخ: $\frac{1}{t_A} + \frac{1}{t_A + 9} = \frac{1}{20} \rightarrow t^2 - 31t - 180 = 0 \rightarrow t = -19$ غ.ق.ق $t = 22 \quad t_A = 22 \rightarrow t_B = 31$	۱
۸	معادله $ x^2 - 2x = 2x - 1 $ را به دو روش جبری و هندسی حل کنید. پاسخ: $x^2 - 2x = \pm(2x - 1) \rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x = 2x - 1 \rightarrow x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3} \\ x^2 = 1 \rightarrow x = \pm 1 \end{cases}$ 	۱
۹	معادلات زیر را حل کنید. ب) $2\sqrt{x} + \sqrt{3x + 4} = 2$ الف) $(x^2 - 3)^2 - 3x^2 + 11 = 0$	۱

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۹	پاسخ: الف) $(x^2 - 3)^2 - 3x^2 + 11 = 0 \rightarrow (x^2 - 3)^2 - 3x^2 + 9 + 2 = 0$ $(x^2 - 3)^2 - 3(x^2 - 3) + 2 = 0 \xrightarrow{x^2 - 3 = t} t^2 - 3t + 2 = 0 \rightarrow t = 1, t = 2$ $\begin{cases} x^2 - 3 = 1 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \\ x^2 - 3 = 2 \rightarrow x^2 = 5 \rightarrow x = \pm \sqrt{5} \end{cases}$ ب) $2\sqrt{x} + \sqrt{3x+4} = 2 \rightarrow 2\sqrt{x} = 2 - \sqrt{3x+4} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x = 4 - 4\sqrt{3x+4} + 3x + 4$ $4\sqrt{3x+4} = 8 - x \rightarrow x^2 - 64x = 0 \rightarrow x = 0, x = 64$ غ. ق. ق. ۶۴	۱
۱۰	پاسخ: معادله عمود منصف پاره خطی را بنویسید که دو نقطه $A(1, -2)$ و $B(3, 4)$ را به هم وصل کرده است. نقطه دلخواه $P(x, y)$ را روی عمود منصف پاره خط AB در نظر می گیریم. با توجه به ویژگی عمود منصف داریم: $ AP = BP \rightarrow \sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-4)^2}$ $x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 = x^2 + 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 \rightarrow 5x + 3y - 10 = 0$	۱
۱۱	پاسخ: نقاط $A(1, -3)$ و $B(-1, 0)$ و $C(2, 2)$ رئوس مثلث ABC هستند. مساحت مثلث ABC را بیابید. $ BC = \sqrt{(-1-2)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{13}$ $m_{BC} = \frac{2}{3} \rightarrow \text{معادله ضلع } BC: y - 0 = \frac{2}{3}(x + 1)$ $2x - 3y + 2 = 0 \quad \text{طول ارتفاع } AH = \frac{ 2(1) - 3(-3) + 2 }{\sqrt{13}} = \frac{13}{\sqrt{13}}$ $S = \frac{1}{2} \sqrt{13} \times \frac{13}{\sqrt{13}} = \frac{13}{2} = 6.5$	۱

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۱۲	جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. الف) مجموع ریشه های معادله $x^2 = 5x - 4$ است. ب) سهمی $f(x) = x^2 - 2x$ از ناحیه عبور نمی کند. پاسخ: الف) 5 ب) $s = -\frac{-5}{1} = 5$ سوم	۲
۱۳	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن مربع جوابهای معادله $x^2 - 2x - 3 = 0$ باشد. پاسخ: $x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Rightarrow x_1 = 9, x_2 = 1 \Rightarrow s = 10, p = 9 \Rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0$	۲
۱۴	با توجه به شکل زیر ضابطه سهمی را بنویسید.  پاسخ: $y = a(x - x_1)(x - x_2) \xrightarrow[x_1=2, x_2=4]{(0,4)} 4 = a(0-2)(0-4) \rightarrow a = -\frac{1}{2} \rightarrow y = -\frac{1}{2}(x-2)(x-4) = -\frac{x^2}{2} + 3x - 4$	۲
۱۵	معادله زیر را حل کنید. $(1 - \frac{x^2}{2})^2 + 5(1 - \frac{x^2}{2}) + 6 = 0$ پاسخ: $(1 - \frac{x^2}{2})^2 + 5(1 - \frac{x^2}{2}) + 6 = 0 \xrightarrow{t=1-\frac{x^2}{2}} t^2 + 5t + 6 = 0 \rightarrow (t+2)(t+3) = 0 \rightarrow t_1 = -2, t_2 = -3$ $1 - \frac{x^2}{2} = -2, 1 - \frac{x^2}{2} = -3 \rightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{6}, x_{3,4} = \pm 2\sqrt{2}$	۲
۱۶	الف) با توجه به شکل سهمی روبرو علامت a, b, c را تعیین کنید. ب) این سهمی ریشه با علامتهای دارد. 	۲

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۱۶	پاسخ: الف) $a > 0, c < 0, b = 0$ ب) ۲ و علامتهای متمایز	۲
۱۷	تویی را با معادله حرکت $h(t) = -5t^2 + 20t + 7$ رو به بالا پرتاب می کنیم زمان رسیدن به بالاترین نقطه و ارتفاع بالاترین نقطه را بدست آورید. پاسخ: $h(t) = -5t^2 + 20t + 7 \rightarrow t_{\max} = -\frac{b}{2a} = 2 \rightarrow h_{\max}(2) = -5(2)^2 + 20(2) + 7 = 27$	۲
۱۸	اگر $x = -4$ یکی از صفرهای تابع $p(x) = x^3 + 4x^2 + x + 4$ باشد سایر صفرهای تابع را در صورت وجود بیابید. پاسخ: $\begin{array}{r l} x^3 + 4x^2 + x + 4 & x + 4 \\ \hline & x^2 + 1 \end{array}$ و $x^2 + 1 = 0$ ریشه ندارد	۲
۱۹	به روش هندسی معادله $x+3 = x^2 + 4x + 3$ را حل نمائید. پاسخ:	۲
۲۰	اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - nx + 9 = 0$ باشند و $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = 5$، مقدار n را بیابید. پاسخ: $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = n, \alpha\beta = \frac{c}{a} = 9 \quad (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = 5^2 \rightarrow \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha\beta} = 25 \rightarrow n + 2\sqrt{9} = 25 \rightarrow n = 19$	۲

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۲۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) عدد ۲ یکی از جواب های معادله $\sqrt{x+2} = x-4$ است. ب) برای هر دو عدد حقیقی a, b داریم $a+b \leq a + b$ پاسخ: الف) نادرست ب) درست ☐ درست ☐ نادرست ☐ درست ☐ نادرست	۳
۲۲	جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. $\sqrt{11+4\sqrt{7}} = \sqrt{(\sqrt{7} + \dots)^2}$ پاسخ: ۲	۳
۲۳	در سوالات چهار گزینه ای زیر گزینه صحیح را علامت بزنید. a) اگر مجموعه جواب $x-a \geq b$ به صورت $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ باشد مقدار $a+b$ کدام است؟ الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴ b) تعداد جواب های معادله $\sqrt{2x} + \sqrt{x-1} + \sqrt{8x^2} + \sqrt{1-x} = 2x$ کدام است؟ الف) ۰ ب) ۱ ج) ۲ د) ۳ پاسخ: الف) ج ب) الف	۳
۲۴	معادله $\frac{x-2\sqrt{x+2}+2+k}{x^2+7} = 0$ دارای یک جواب می باشد. مقدار k را به دست آورید. پاسخ: $\sqrt{x+2} = t \rightarrow t^2 - 2t + k = 0 \rightarrow \Delta = 0 \rightarrow k = 1$	۳
۲۵	مقدار a را چنان تعیین کنید که معادله $\sqrt{x^2-9} + \sqrt{x^2+7x+a} = 0$ دارای جواب باشد. پاسخ: $x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = 3, x = -3$	۳

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۲۵	$9 - 21 + a = 0 \rightarrow a = 12$ $9 + 21 + a = 0 \rightarrow a = -30$	
۲۶	نمودار $f(x) = x - 2 - 1$ رسم کنید. سپس معادله $f(x) = 3$ را به روش هندسی و جبری حل کنید. پاسخ: $ x - 2 - 1 = 3 = \begin{cases} x - 2 - 1 = 3 \rightarrow x - 2 = 4 \begin{cases} x = 6 \\ x = -2 \end{cases} \\ x - 2 - 1 = -3 \rightarrow x - 2 = -2 \text{ جواب ندارد} \end{cases}$ 	۳
۲۷	معادله $\sqrt{x - 3}(\sqrt{x^2 - 4x + 4}) = \sqrt{x - 3}(1 - \sqrt{x^2 - 10x + 25})$ را به کوتاه ترین روش حل کنید. پاسخ: $\sqrt{x - 3} = 0 \rightarrow x = 3 \quad x - 2 = 1 - x - 5 \rightarrow x - 2 + x - 5 = 1$  فقط $x = 3$ جواب است.	۳
۲۸	مجموعه جواب معادله $\sqrt{\frac{1}{x^2 - 6x + 9}} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = \frac{1}{3}$ را به کوتاه ترین روش حل کنید. پاسخ: $\frac{1}{ x - 3 } + x - 3 = \frac{1}{3} \quad a > 0 \rightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2 \rightarrow \text{معادله جواب ندارد}$	۳
۲۹	اگر $ x - 5 \leq 2$ باشد حدود تغییرات $A = 3x + 1$ را مشخص کنید.	۳

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۲۹	پاسخ: $ x - 5 \leq 2 \rightarrow -2 \leq x - 5 \leq 2 \rightarrow 3 \leq x \leq 7$ $\rightarrow 9 \leq 3x < 21 \rightarrow 10 \leq 3x + 1 \leq 22 \rightarrow [10, 22]$	
۳۰	کدام روش برای حل مسئله زیر صحیح است . متحرکی برای طی کردن مسیری یک کیلومتری با سرعت ثابت، اگر یک کیلومتر بر ساعت بر سرعت خود اضافه کند ۱۰ دقیقه زودتر به مقصد می رسد. سرعت اولیه متحرک چند کیلومتر بر ساعت است؟ روش اول : $t_1 - t_2 = \frac{10}{60} \rightarrow \frac{1}{v} - \frac{1}{v+1} = \frac{1}{6} \rightarrow \dots$ روش دوم : $t_2 - t_1 = \frac{10}{60} \rightarrow \frac{1}{v+1} - \frac{1}{v} = \frac{1}{6} \rightarrow \dots$ پاسخ: $\frac{1}{v} - \frac{1}{v+1} = \frac{1}{6} \rightarrow 6V(V+1) \left[\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v+1} \right) = \frac{1}{6} \right]$ $\rightarrow V^2 + V - 6 = 0 \rightarrow (V+3)(V-2) = 0 \begin{cases} V = -3 \\ V = 2 \end{cases}$	۳
۳۱	اگر $x^2 + x^2 - 4 = 4$ باشد حاصل عبارت $A = x - 8 - 3 2x - 10$ را به دست آورید. پاسخ: $ x^2 - 4 = 4 - x^2$ $\rightarrow 4 - x^2 \geq 0 \quad x^2 \leq 4 \rightarrow -2 \leq x \leq 2$ $\rightarrow x - 8 = -x + 8 \rightarrow A = -x + 8 - 3(-2x + 10)$ $ 2x - 10 = -2x + 10 \quad A = -x + 8 + 6x - 30 \quad A = 5x - 22$	۳
۳۲	آیا عدد صحیحی وجود دارد که جمع آن با ۲ برابر جذرش برابر ۱۰ باشد؟ پاسخ: $x + 2\sqrt{x} = 10 \rightarrow x - 10 = -2\sqrt{x}$ $\rightarrow x^2 - 20x + 100 = 4x \rightarrow x^2 - 24x + 100 = 0$	۳

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۳۲	عدد صحیح وجود ندارد $\rightarrow \Delta = 176$	
۳۳	از رابطه $\sqrt{a^2} = a$ استفاده کنید و ثابت کنید. $ abc = a b c $ پاسخ: $ abc = \sqrt{a^2 \times b^2 \times c^2} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2} \times \sqrt{c^2} = a b c $	۳
۳۴	تابع $f(x) = x^2 - 7x$ را به صورت دو ضابطه ای بنویسید. پاسخ: $f(x) = \begin{cases} x^2 - 7x & x \leq 0, \quad x \geq 7 \\ -x^2 + 7x & 0 \leq x < 7 \end{cases}$	۳
۳۵	علی و محمد کاری را در ۱۸ روز با هم تمام می کنند. اگر هر کدام به تنهایی کار می کردند علی ۱۵ روز زودتر از محمد کار را تمام می کرد. اگر علی به تنهایی کار کند تعیین کنید در چند روز کار را تمام می کند. پاسخ: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{18} \rightarrow x^2 - 21x - 27 = 0$ $(x-30)(x+9) = 0 \rightarrow x = 30$ علی کار را در ۳۰ روز تمام می کند.	۳
۳۶	اگر محیط مستطیلی ۶۴ و اندازه طول آن و عرض آن متناسب با نسبت طلایی باشد، طول مستطیل را به دست آورید. پاسخ: $2(W+L) = 64 \rightarrow W+L = 32 \rightarrow W = 32-L$ $\rightarrow \frac{32-L}{L} = \frac{L}{32} \rightarrow \frac{32}{L} = t \rightarrow t-1 = \frac{1}{t}$ $\rightarrow t^2 - t - 1 = 0 \rightarrow t = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \rightarrow t = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \rightarrow$	۳

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۳۶	$\frac{32}{L} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \rightarrow L = \frac{64}{\sqrt{5} + 1} = 16(\sqrt{5} - 1)$	۳
۳۷	مجموعه جواب معادله $\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{6}{(x-3)} = 1$ را بدست آورید. پاسخ: به راحتی دیده می شود $x = 3$ جواب معادله نیست زیرا معادله در نقطه $x = 3$ تعریف نشده است. بنابراین معادله را در $(x-3)^2$ ضرب می کنیم. از این رو $1 - 6(x-3) = (x-3)^2$ بنابراین $1 - 6x + 18 = x^2 - 6x + 9$ داریم $x^2 - 10 = 0$ این معادله دارای دو جواب است که به صورت $x = \sqrt{10}$ و $x = -\sqrt{10}$ است.	۴
۳۸	اگر $\frac{x^2+1}{x} = 2$ آن گاه حاصل عبارت $\frac{x^{201}}{x+2}$ را بیابید. پاسخ: چون x مخالف صفر است معادله را در x ضرب می کنیم. $x \times \left(\frac{x^2+1}{x} = 2\right) \rightarrow x^2 + 1 = 2x \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow$ $(x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1 \rightarrow \frac{x^{201}}{x+2} = \frac{1}{3}$	۴
۳۹	فرض کنید $x - \frac{3}{x} = 2$ در این صورت مجموعه جواب معادله را بدست آورید. پاسخ: چون x مخالف صفر است، بنابراین طرفین معادله را در x ضرب می کنیم. $x \times \left(x - \frac{3}{x} = 2\right)$ $x^2 - 3 = 2x$ $x^2 - 2x - 3 = 0$ $(x+1)(x-3) = 0$ بنابراین جواب های معادله برابر با نقاط $x = 3$ و $x = -1$ هستند.	۴

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۴۰	اگر $x + \frac{1}{x} = 2$، حاصل $x^3 + \frac{1}{x^3}$ را بیابید. پاسخ: با استفاده از اتحاد داریم $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right) = 2\left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right)$ از طرفی $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$ از این رو $x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 4$ بنابراین $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ حال با استفاده از این مقدار داریم $x^3 + \frac{1}{x^3} = 2\left(x^2 - 1 + \frac{1}{x^2}\right) = 2(2 - 1) = 2$	۴
۴۱	نشان دهید عددی وجود ندارد که جذر آن عدد برابر با مجموع آن عدد با سه باشد. پاسخ: فرض کنید عدد مد نظر برابر با x باشد. در این صورت داریم $\sqrt{x} = x + 3$ حال دو طرف این معادله رادیکالی را به توان دو می‌رسانیم $x = (x + 3)^2$ از این رو $x = x^2 + 6x + 9$ بنابراین $x^2 + 5x + 9 = 0$ این معادله درجه دوم جواب ندارد. بنابراین چنین عددی وجود ندارد.	۴
۴۲	جواب معادله زیر را بیابید. $\frac{1}{\sqrt{x} + 3} = 1 - \frac{1}{\sqrt{x} - 3}$ پاسخ: دو طرف معادله رادیکالی را در $(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)$	۴

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۴۲	ضرب می‌کنیم. بنابراین $\sqrt{x} - 3 = x - 9 - (\sqrt{x} + 3)$ در نتیجه $2\sqrt{x} - 3 = x - 12$ $2\sqrt{x} = x - 9$ حال طرفین را به توان دو می‌رسانیم $4x = x^2 - 18x + 81$ از این رو $x^2 - 22x + 81 = 0$ $(x - 11)^2 = 40$ بنابراین جواب‌های معادله عبارت اند از $x = 11 + \sqrt{40}$ و $x = 11 - \sqrt{40}$ هر دو جواب مساله هستند	۴
۴۳	معادله $\left \frac{1}{x-2} \right = \frac{1}{x+1}$ را حل کنید. پاسخ: با توجه به قدر مطلق دو حالت داریم. حالت اول $\frac{1}{x-2} = \frac{1}{x+1}$ با ساده کردن معادله گویا داریم $x+1 = x-2$ معادله جواب ندارد. برای حالت دوم داریم $\frac{1}{x-2} = \frac{-1}{x+1}$ از این رو $x+1 = -x+2 \rightarrow x = \frac{1}{2}$	۴

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۴۴	معادله $x^2 + x + x^2 - x = 0$ را حل کنید. پاسخ: با توجه به اینکه قدر مطلق همواره بزرگتر یا مساوی صفر است. بنابراین اگر جمع دو عبارت قدر مطلق صفر شود آن گاه هر کدام از عبارت ها باید صفر باشد $x^2 + x = 0, x^2 - x = 0$ از معادله اول مقدار x برابر با صفر یا منفی یک است و در معادله دوم مقدار x برابر با صفر یا مثبت یک است. در این حالت جواب مشترک دو معادله برابر با صفر است و معادله فقط یک جواب دارد.	۴
۴۵	تابع $h(x) = x - 1 + x + 5$ را بدون قدر مطلق بنویسید. پاسخ: نخست ریشه های عبارت های داخل قدر مطلق را می یابیم. در این صورت ریشه ها برابر با یک و منفی پنج است. بنابراین $f(x) = \begin{cases} -(x-1) - (x+5) & x < -5 \\ -(x-1) + (x+5) & -5 \leq x \leq 1 \\ +(x-1) + (x+5) & x > 1 \end{cases}$ $f(x) = \begin{cases} -2x - 4 & x < -5 \\ 6 & -5 \leq x \leq 1 \\ 2x + 4 & x > 1 \end{cases}$	۴
۴۶	نمودار $f(x) = x - 5$ در چند نقطه محور طول ها را قطع می کند. پاسخ: برای پیدا کردن این نقاط $f(x)$ را برابر با صفر قرار می دهیم. $ x - 5 = 0$ در این صورت $ x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$ بنابراین مقدار x برابر با مثبت پنج و منفی پنج است. بنابراین در این دو نقطه محور طول ها را قطع می کند.	۴

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۴۷	جواب های معادله $x - 1 + 4 = 5$ بدست آورید. پاسخ: جواب این معادله قدرمطلقى به دو صورت است. $ x - 1 + 4 = 5$ $ x - 1 + 4 = -5$ و بنابراین در حالت اول داریم $ x - 1 = 1$ و در حالت دوم داریم $ x - 1 = -9$ از این رو در حالت اول جواب های معادله عبارت اند از $x = 2$ و $x = 0$. حالت دوم جواب ندارد.	۴
۴۸	مجموعه جواب های صحیح معادله $x^3 - 8 = 14$ را بیابید پاسخ: دو حالت برای عبارت داخل قدر مطلق وجود دارد. اگر $x < 2$ آن گاه عبارت داخل قدرمطلق مثبت است. از این رو $x^3 - 8 + 14 = 14$ بنابراین $x^3 = 22$ و از این رو $x = \sqrt[3]{22}$ اما در این حالت این عدد کوچکتر از ۲ نیست و جواب معادله نیست. حال اگر $x \geq 2$ آن گاه $x^3 + 8 - 14 = 14$ که نتیجه می شود $14 = 8$. بنابراین معادله فاقد جواب است.	۴
۴۹	محل تلاقی نمودارهای $f(x) = x - 2$ و $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ را بیابید. پاسخ: برای پیدا کردن محل تلاقی قرار می دهیم $f(x) = g(x)$ $\sqrt{x^2 - 2x + 1} = x - 2$ $\sqrt{(x - 1)^2} = x - 2$ $ x - 1 = x - 2$ بنابراین دو حالت داریم . حالت اول $x - 1 = x - 2$ این تساوی فاقد جواب است. حالت دوم $x - 1 = -x + 2$ با حل این معادله درجه اول داریم $x = \frac{3}{2}$	۴
۵۰	معادله $\sqrt{x - 1} = x - 3$ را حل کنید پاسخ: برای حل این معادله رادیکالی دو طرف معادله را به توان دو می رسانیم. بنابراین	۴

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۵۰	از این رو $x - 1 = (x - 3)^2$ $x^2 - 6x + 9 = x - 1 \rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$ در این حالت جواب های معادله عبارت اند از $x = 2$ و $x = 5$	۴
۵۱	تابع $h(x) = x - 1 - x + 3 $ را بدون قدر مطلق بنویسید. پاسخ: نخست ریشه های عبارت های داخل قدر مطلق را می یابیم. در این صورت ریشه ها برابر با یک و منفی سه است. بنابراین $f(x) = \begin{cases} -(x - 1) + (x + 3) & x < -3 \\ -(x - 1) - (x + 3) & -3 \leq x \leq 1 \\ +(x - 1) - (x + 3) & x > 1 \end{cases}$ $f(x) = \begin{cases} 4 & x < -3 \\ -2x - 2 & -3 \leq x \leq 1 \\ -4 & x > 1 \end{cases}$	۴
۵۲	در یک دنباله حسابی جمله اول برابر با ۲۱- و قدر نسبت آن بابر با ۵ است. مجموع ۲۰ جمله اول این دنباله چقدر است. پاسخ: با توجه به اطلاعات سوال و فرمول مجموع جملات هندسی داریم: $S_{20} = \frac{20}{2} [2(-21) + (20 - 1)5] = 530$	۱۹
۵۳	مجموع بیست و یک جمله اول یک دنباله عددی برابر با ۹۰۳ و جمله هفتم آن ۲۷ است. جمله اول و قدر و قدر نسبت این دنباله را به دست آورید. پاسخ: با توجه به داده های سوال داریم: $S_{21} = \frac{21}{2} [2t_1 + (21 - 1)d] = 903$ $\Rightarrow [2t_1 + 20d] = 86$ از طرفی داریم $t_7 = 27 \Rightarrow [t_1 + 6d] = 27$ حال با حل این دستگاه دو معادله دو مجهول به جواب های زیر می رسیم: $t_1 = 3, \quad d = 4$	۱۹

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۵۴	اضلاع یک مثلث قائم الزاویه تشکیل یک دنباله حسابی می دهند. اگر محیط این مثلث ۳۶ باشد مساحت آن چقدر است. پاسخ: اضلاع مثلث را به صورت زیر نام گذاری می کنیم: $a - d, a, a + d$ با توجه به اینکه محیط برابر ۳۶ است داریم: $(a - d) + a + (a + d) = 36 \Rightarrow 3a = 36 \Rightarrow a = 12$ حال با استفاده از قضیه فیثاغورث داریم: $(12 + d)^2 = (12 - d)^2 + 12^2 \Rightarrow d = 3$ پس اضلاع مثلث قائم الزاویه به صورت زیر خواهند بود: $9, 12, 15$ حال مساحت را محاسبه می کنیم: $S = \frac{9 \times 12}{2} = 54$	۱۹
۵۵	در یک دنباله هندسی تفاضل جمله پنجم و جمله اول برابر ۲۰ و مجموع چهار جمله اول برابر ۱۰ می باشد قدر نسبت این دنباله را بدست آورید. پاسخ: با توجه به داده های سوال داریم: $t_5 - t_1 = 20 \Rightarrow t_1 r^4 - t_1 = 20$ و $S_4 = 10 \Rightarrow \frac{t_1(r^4 - 1)}{r - 1} = 10 \Rightarrow \frac{t_1 r^4 - t_1}{r - 1} = 10 \Rightarrow \frac{20}{r - 1} = 10$ در نتیجه $r = 3$	۱۹
۵۶	حاصل ضرب سه عدد که تشکیل یک دنباله هندسی می دهند برابر ۲۷۴۴ و مجموع آن ها ۴۹ است. آن سه عدد کدام است. پاسخ: ما این سه عدد را به صورت زیر نمایش می دهیم: $\frac{x}{r}, x, xr$ پس داریم: $\frac{x}{r} \times x \times xr = 2744 \Rightarrow x^3 = 2744 \Rightarrow x = 14$ از طرفی	۱۹

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۵۶	پس $\frac{x}{r} + x + xr = 49 \Rightarrow \frac{14}{r} + 14 + 14r = 49 \Rightarrow 2r^2 - 5r + 2 = 0$ $r = 2, r = \frac{1}{2}$ یعنی دنباله‌های زیر مد نظر است: ۷, ۱۴, ۲۸, ... ۲۸, ۱۴, ۷, ...	۱۹
۵۷	در یک دنباله هندسی جمله اول برابر با ۲ و مجموع ۶ جمله اول ۲۸ برابر مجموع سه جمله اول است. قدر نسبت این دنباله را بدست آورید. پاسخ: بنابر صورت سوال داریم: $S_6 = 28 S_3 \Rightarrow \frac{t_1(r^6 - 1)}{r - 1} = 28 \frac{t_1(r^3 - 1)}{r - 1}$ $\Rightarrow (r^6 - 1) = 28(r^3 - 1)$ $\Rightarrow \frac{(r^6 - 1)}{r^3 - 1} = 28$ $\Rightarrow (r^3 - 1) = 28$ $\Rightarrow r = 3$	۱۹
۵۸	زاویه‌های داخلی یک پنج ضلعی محدب تشکیل یک دنباله حسابی می‌دهند. اگر اندازه کوچکترین زاویه ۹۲ درجه باشد، اندازه بزرگترین زاویه چقدر است. پاسخ: می‌دانیم مجموع زوایای داخلی هر پنج ضلعی محدب برابر با ۵۴۰ درجه است. پس اگر زاویه‌ها را به ترتیب به صورت زیر نمایش دهیم $a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$ داریم: $(a - 2d) + (a - d) + a + (a + d) + (a + 2d) = 540$ $\Rightarrow a = 108$	۱۹

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۵۸	حال چون کوچکترین زاویه ۹۲ درجه است پس داریم $a - 2d = 92 \Rightarrow 108 - 2d = 92 \Rightarrow d = 8$ پس بزرگترین زاویه از رابطه زیر بدست می آید. $a + 2d = 108 + 16 = 124$	۱۹
۵۹	مجموع ۵ جمله متوالی از یک دنباله حسابی ۱۰ و حاصلضرب آن‌ها ۳۲۰ است. دنباله را مشخص کنید. پاسخ: $a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$ داریم: $S_5 = (a - 2d) + (a - d) + a + (a + d) + (a + 2d) = 10$ $\Rightarrow a = 2$ حال داریم $P = (a - 2d) \times (a - d) \times a \times (a + d) \times (a + 2d) = 320$ $\Rightarrow P = (2 - 2d) \times (2 - d) \times 2 \times (2 + d) \times (2 + 2d) = 320$ $\Rightarrow d^4 - 5d^2 - 36 = 0 \Rightarrow (d^2 - 9)(d^2 + 4) = 0$ پس $d = 3, d = -3$ یعنی دو دنباله زیر حاصل می‌شود: ..., -4, -1, 2, 5, 8,, 8, 5, 2, -1, -4, ...	۱۹
۶۰	در هر مورد گزینه درست را انتخاب کنید. الف) فاصله نقطه $(-2, 3)$ تا خط $8x + 6y = 15$ چقدر است؟ ب) فاصله دو خط موازی $x + y + 3 = 0$ و $x + y + 1 = 0$ برابر کدام است؟ ج) قرینه ی نقطه ی $A(1, 5)$ نسبت به نقطه ی $M(3, 4)$ کدام است؟	۱۹

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۶۰	پاسخ: $d = \frac{ 8 \times -2 + 6 \times 3 - 15 }{\sqrt{8^2 + 6^2}} = \frac{13}{10}$ $d = \frac{ 1 - (3) }{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ (۱) $\frac{13}{10}$ (۴) $\sqrt{2}$ (۲) $(5, 3)$ $\begin{cases} x_M = \frac{1 + x_B}{2} = 3 \\ y_M = \frac{5 + y_B}{2} = 4 \end{cases} \rightarrow M(5, 3)$	۵
۶۱	جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید. الف) فاصله بین نقطه $A(3, 4)$ تا مبدأ مختصات برابر است با..... ب) نقطه M وسط پاره خط $A(m, m - 1)$ و $B(m + 2, 2m)$ روی محور yها قرار دارد. مختصات M برابر است با..... پاسخ: الف) $\sqrt{9 + 16} = 5$ ب) $M\left(\frac{m + 2 + m}{2}, \frac{2m + m - 1}{2}\right) \xrightarrow{\text{روی محور عرض ها}} \frac{m + 2 + m}{2} = 0 \rightarrow m = -1$ $\rightarrow M(0, -2)$	۵
۶۲	خطهای $mx + 3y - 6 = 0$ و $4x + ny - 8 = 0$ بر هم عمود هستند. اگر $4m - 3n = 8$ باشد، مقدار $m + n$ کدام است. پاسخ: $4x + ny - 8 = 0 \rightarrow m_1 = -\frac{4}{n}$ $mx + 3y - 6 = 0 \rightarrow m_2 = -\frac{m}{3}$ دو خط بر هم عمودند بنابراین $m_1 \times m_2 = -1$ $-\frac{4}{n} \times -\frac{m}{3} = -1 \rightarrow 4m = -3n$ $\begin{cases} 4m - 3n = 8 \\ 4m + 3n = 0 \end{cases} \rightarrow m = 1, n = -\frac{4}{3} \rightarrow m + n = -\frac{1}{3}$	۵
۶۳	اگر $A(1, 4)$ و $B(3, 2)$ دو سر قطری از دایره باشند، مختصات مرکز و شعاع دایره را به دست آورید.	۵

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۶۳	پاسخ: $\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + 3}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2 + 4}{2} = 3 \end{cases} \rightarrow M(2,3)$ $R = \sqrt{(2-1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{2}$	۵
۶۴	نقطه $A(7,6)$ یکی از رأس های یک متوازی الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات $4x + 3y = 8$ و $-3x + 2y = 11$ می باشند طول قطر گذرنده از A را به دست آورید. پاسخ: مختصات نقطه $A(7,6)$ در ضابطه هیچ یک از دو خط صدق نمی کند بنابراین نقطه برخورد دو خط قطعاً رو به رو به رأس A در متوازی الاضلاع است. $\begin{cases} 4x + 3y = 8 \\ -3x + 2y = 11 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 12x + 9y = 24 \\ -12x + 8y = 44 \end{cases} \rightarrow y = 4, x = -1$ بنابراین $B(-1,4)$ $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-1-7)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{68}$	۵
۶۵	اگر $A(2,1)$ و $B(4,-3)$ دوسر پاره خط AB باشند، معادله عمود منصف AB را به دست آورید. پاسخ: اگر $M(x,y)$ روی عمود منصف AB قرار داشته باشد، از دو سر پاره خط به یک فاصله است بنابراین داریم $MA = MB$ $\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-(-3))^2}$ $x^2 - 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 = x^2 - 8x + 16 + y^2 + 6y + 9$ $4x - 8y = 20$	۵
۶۶	اگر $A(3,5)$ و $B(-1,2)$ و $C(-7,0)$ رئوس متوازی الاضلاع $ABCD$ باشند، مختصات رأس D را به دست آورید. پاسخ: $x_A + x_C = x_B + x_D \rightarrow x_D = x_A + x_C - x_B = 3 + (-7) - (-1) = -3$ $y_A + y_C = y_B + y_D \rightarrow y_D = y_A + y_C - y_B = 5 + 0 - 2 = 3$ $D(-3,3)$	۵
۶۷	نقطه ای روی خط $y = x + 4$ بیابید که فاصله اش از دو نقطه $A(1,4)$ و $B(3,-4)$ به یک اندازه باشد.	۵

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۶۷	پاسخ: اگر نقطه M روی خط $y = x + 4$ باشد، مختصات آن به شکل $M(x, x + 4)$ می باشد پس باید $MA = MB$	۵
۶۸	مثلی با رأس های $A(1, 5)$, $B(7, 3)$ و $C(2, -2)$ مفروض است. اندازه ارتفاع AH در مثلث ABC، را به دست آورید. پاسخ: اندازه ارتفاع AH در مثلث ABC، همان فاصله نقطه A از ضلع BC است. $m_{BC} = \frac{3 - (-2)}{7 - 2} = 1 \Rightarrow y - (-2) = 1(x - 2) \Rightarrow y = x - 4$ $AH = \frac{ 1 \times 1 - 1 \times 5 - 4 }{\sqrt{(1)^2 + (-1)^2}} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$	۵
۶۹	مثلی با رأس های $A(0, 5)$, $B(6, 4)$ و $C(2, -2)$ مفروض است. معادله میانه AM در مثلث ABC، را به دست آورید. پاسخ: $\begin{cases} x_M = \frac{x_C + x_B}{2} = \frac{2 + 6}{2} = 4 \\ y_M = \frac{y_C + y_B}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = 1 \end{cases} \rightarrow M(4, 1)$ $m_{AM} = \frac{5 - 1}{0 - 4} = -1 \Rightarrow y - 1 = -1(x - 4) \Rightarrow y = -x + 5$	۵
۷۰	خط گذرنده از دو نقطه $(1, 3)$ و $(2, 7)$ محور طولها را در کدام نقطه قطع می کند. پاسخ: $x = 1/4, y = 4x - 1$	۵
۷۱	دو نقطه روی خط $x - y + 1 = 0$ یافت می شود که از مبدا مختصات به فاصله ۱ می باشد فاصله این دو نقطه از یکدیگر را بیابید. پاسخ: $AO = 2x^2 + 2x + 1 = 1 \rightarrow x = 0, x = -1$ $(-1, 0)$ و $(0, 1)$ فاصله دو نقطه برابر است با $\sqrt{2}$	۵

ردیف	سؤال و پاسخ	منطقه
۷۲	معادله عمود منصف پاره خط واصل بین دو نقطه $(۲,۵)$ و $(۰, -۱)$ را بنویسید. پاسخ: $M = (۱,۲)$ معادله خط $y = -۱/۳x + ۷/۳$	۵
۷۳	نقطه $(۷,۶)$ راس یک متوازی الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات $۳y + ۴x = ۸$, $۲y - ۳x = ۱۱$ هستند مختصات نقطه وسط قطر را بنویسید. پاسخ: نقطه برخورد دو ضلع با حل دستگاه $A = (-۱,۴)$ و نقطه وسط $M = (۳,۵)$	۵
۷۴	معادلات دوضلع مربع بصورت $۶y - ۳x + ۲ = ۰$, $x - ۲y = -۲$ است مساحت مربع را بیابید. پاسخ: $\frac{۶۴}{۴۵}$ و مساحت مربع می شود و $\frac{۸}{۳\sqrt{۵}} \frac{ ۲+۲ }{\sqrt{۵}}$ فاصله دو خط موازی	۵
۷۵	اگر این سه نقطه راس مثلث باشد $(-۱,۲)$ و $(۳,۰)$ و $(۱, -۲)$ راس مثلث باشند طول ارتفاع BH را بیابید. پاسخ: شیب خط AC برابر است -۲ معادله خط AC برابر است $y + ۲x = ۰$ و ارتفاع BH برابر است $\frac{۳\sqrt{۵}}{۵}$	۵
۷۶	فاصله دو خط موازی $y = \sqrt{۳}x + ۱$ و $ax + by = ۶$ برابر $\frac{۱}{۳}$ مقادیر a, b را محاسبه کنید. پاسخ: $a = ۳\sqrt{۳}$, $b = -۳$	۵
۷۷	دو خط $۲y + x = ۳$, $۲x + y = ۱$ بر دایره ای مماس اند اگر مرکز دایره روی نیمساز ربع اول باشد شعاع آن را بیابید. پاسخ: $R = \frac{\sqrt{۵}}{۵}$	۵
۷۸	اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{۱+x^۲}{۲x^۲+ax+b}$ برابر $R - \{\mp ۲\}$ باشد مقادیر a, b را محاسبه کنید. پاسخ: $a = ۰$, $b = -۸$	۵
دی ماه ۱۴۰۱		