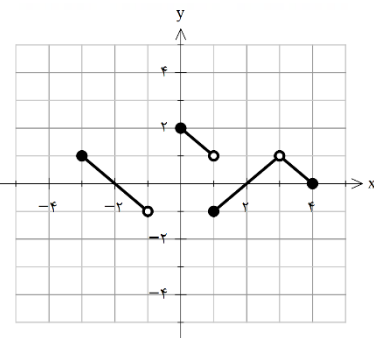
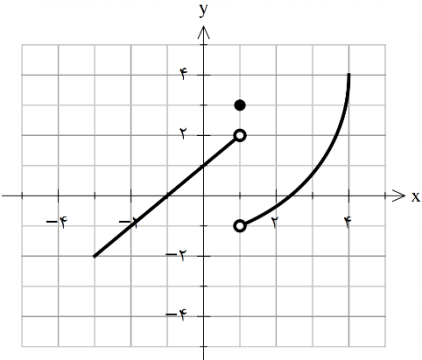


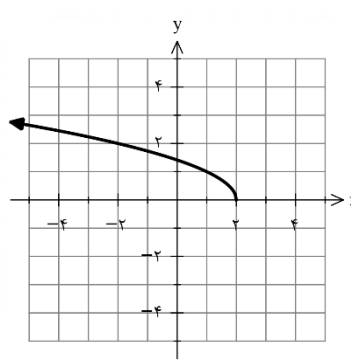
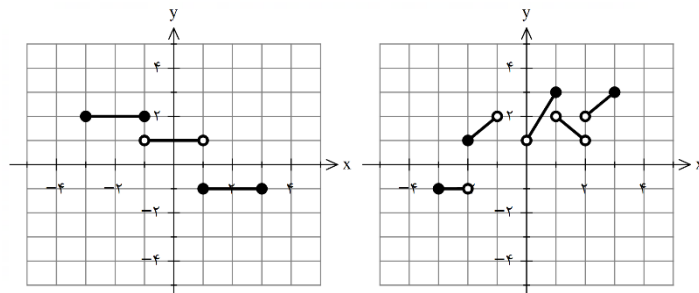


نمونه سوالات فصل

حد و پیوستگی

کتاب ریاضی ۲ و حسابان ۱

	ردیف
	<p>۱ نمودار تابع f رسم شده است، حاصل هر یک از موارد زیر را پیدا کنید.</p> <p>۱) $f(-3) =$ $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$</p> <p>۲) $f(-1) =$ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$</p> <p>۳) $f(1) =$ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$</p> <p>۴) $f(2) =$ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$</p> <p>۵) $f(3) =$ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$</p>
	<p>۲ نمودار تابع f رسم شده است، حاصل $f(1) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ پیدا کنید.</p>
<p>$f(-1) =$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$</p>	<p>۳ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq -1 \\ x+1 & x > -1 \end{cases}$ را رسم کرده و سپس موارد زیر را پیدا کنید.</p>
<p>$f(-1) =$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$</p>	<p>۴ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq -1 \\ 2x-1 & x > -1 \end{cases}$ را رسم کرده و سپس موارد زیر را پیدا کنید.</p>
<p>نمودار تابع $f(x) = \frac{ x }{x}$ را رسم کرده و سپس مقدار حد تابع را در $x = a$ که در آن a یک عدد حقیقی است را بررسی کنید.</p>	<p>۵</p>
<p>نمودار تابع $f(x) = \frac{ x+1 }{x+1}$ را رسم کرده و سپس نقاطی که این تابع حد ندارد را مشخص کنید.</p>	<p>۶</p>
<p>۱) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$</p> <p>۲) $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^+} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}^-} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x) =$</p>	<p>۶ نمودار تابع $f(x) = [x]$ را در بازه $[0, 3]$ رسم کرده و سپس موارد زیر را پیدا کنید.</p>
<p>نمودار تابعی را رسم کنید که در $x=2$ حد داشته باشد ولی مقدار آن با مقدار تابع در $x=2$ یکی نباشد.</p>	<p>۷ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2+4 & x < 0 \\ -x+4 & 0 < x < 2 \\ x-1 & x \geq 2 \end{cases}$ را رسم کرده و سپس تعیین کنید در کدام نقاط حد ندارد.</p>
<p>نمودار تابعی را رسم کنید که در $x=2$ حد داشته باشد ولی مقدار آن با مقدار تابع در $x=2$ یکی نباشد.</p>	<p>۸ نمودار تابعی را رسم کنید که در $x=2$ حد داشته باشد ولی مقدار آن با مقدار تابع در $x=2$ یکی نباشد.</p>
<p>نمودار تابعی را رسم کنید که در $x=2$ حد داشته باشد ولی مقدار آن با مقدار تابع در $x=2$ یکی نباشد.</p>	<p>۹ نمودار تابعی را رسم کنید که در $x=2$ حد داشته باشد ولی مقدار آن با مقدار تابع در $x=2$ یکی نباشد.</p>

<p>نمودار تابعی را رسم کنید که شرایط $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2, f(2) = 1$ داشته باشد.</p>	<p>۱۰</p>
<p>نمودار تابع $f(x) = \sqrt{2-x}$ رسم کرده حدود زیر را بدست آورید.</p> <p>۱) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$</p> <p>۲) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$</p>	<p>۱۱</p> 
<p>با توجه به نمودار f, g حاصل حدهای خواسته شده بدست آورید.</p>  <p>۱) $\lim_{x \rightarrow -2} (f(x) + 2g(x))$ ۲) $\lim_{x \rightarrow 2} (f^2(x) + g(x))$</p> <p>۳) $\lim_{x \rightarrow -1} (2f(x) - g(x))$ ۴) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)g(x)}{f(x) + g(x)}$</p>	<p>۱۲</p>
<p>در هر یک از حالت های زیر درباره حد تابع $f + g$ چه می توان گفت؟ الف) اگر توابع f, g هیچکدام در نقطه ای مانند a حد نداشته باشند. ب) اگر تابع f در a حد داشته باشد ولی تابع g در a حد نداشته باشد.</p>	<p>۱۳</p>
<p>اگر $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 2} h(x) = 0$ باشد آنگاه حاصل حدهای زیر را بیابید.</p> <p>۱) $\lim_{x \rightarrow 2} (2f(x) - 3g(x))$ ۲) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2f(x) + g(x))}{f(x) - 3g(x)}$</p> <p>۳) $\lim_{x \rightarrow 2} (2f(x))^2$ ۴) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{h(x) + 4}$ ۵) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2f(x))}{h(x)}$</p>	<p>۱۴</p>
<p>حدهای زیر را به دست آورید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 + x + 4}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \sqrt{2x} - 1$ پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} x^2 + 2x$</p> <p>ت) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - x}{\sqrt{x-2} + x}$ ث) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x + 3}{x + 1}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2x^2 - x}$</p>	<p>۱۵</p>
<p>حد توابع زیر را در نقاط داده شده بدست آورید.</p> <p>۱) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$ ۲) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x - 4}$</p> <p>۳) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8}{x - 2}$ ۴) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$</p>	<p>۱۶</p>

$$\begin{aligned} \delta) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - x}{x - x + 6} & \quad \epsilon) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 12}{2x - 6} \\ \nu) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{(x^2 + x)(x^2 - x - 2)} & \quad \lambda) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1} \end{aligned}$$

حاصل حدهای زیر را بدست آورید.

۱۷

$$\begin{aligned} ۱) \lim_{x \rightarrow 2} 2[x] - 1 & \quad ۲) \lim_{x \rightarrow 2^+} x[x] - 2[x] \\ ۳) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{[x] + 2}{x - 1} & \quad ۴) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x[x] - 1}{x^2 - 1} \\ \delta) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - [x]}{x - [x]} & \quad \epsilon) \lim_{x \rightarrow 2^+} [2x] - [x] \end{aligned}$$

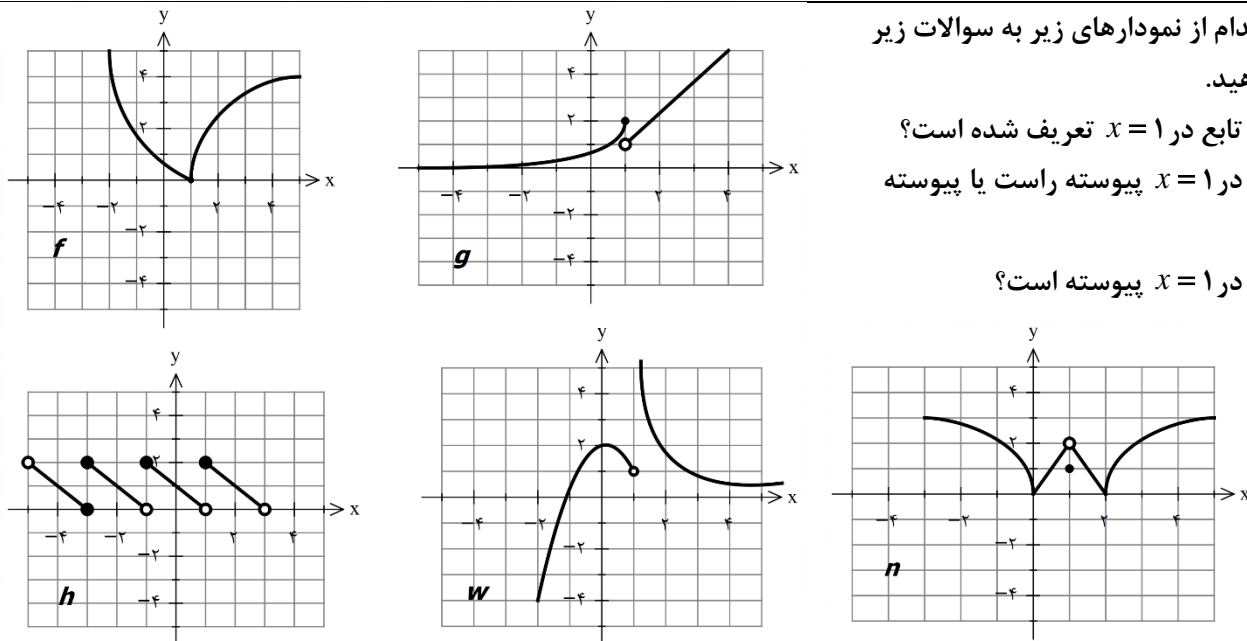
حاصل حدهای زیر را بدست آورید.

۱۸

$$\begin{aligned} ۱) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\sin x + \cos 2x) & \quad ۲) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\cos x \cos 2x) \\ ۳) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x} & \quad ۴) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x} \\ \delta) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^2 x}{\sin^2 x} & \quad \epsilon) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - 2 \sin x \cos x}{\sin x - \cos x} \end{aligned}$$

در هر کدام از نمودارهای زیر به سوالات زیر پاسخ دهید.

۱۹



الف) آیا تابع در $x = 1$ تعریف شده است؟
ب) تابع در $x = 1$ پیوسته راست یا پیوسته چپ است؟
پ) تابع در $x = 1$ پیوسته است؟

مقدار a, b را طوری تعیین کنید که تابع های زیر در \square پیوسته باشد.

۲۰

$$\begin{aligned} \text{الف) } f(x) &= \begin{cases} ax^2 + 1 & x < -1 \\ x + b & -1 \leq x \leq 0 \\ ax^2 - x + 3 & x > 0 \end{cases} & \quad \text{ب) } f(x) &= \begin{cases} x^2 + 1 & x < -1 \\ ax + 1 & x \geq -1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$پ) f(x) = \begin{cases} \frac{x^r + 2x - 3}{x-1} & x < 1 \\ ax + b & x = 1 \\ \frac{x^r - 1}{x-1} & x > 1 \end{cases}$$

$$ت) f(x) = \begin{cases} |x-a| & x < 1 \\ 2x-1 & x = 1 \\ ax^r + b & x > 1 \end{cases}$$

تابع $f(x) = [x]$ در چه بازه هایی پیوسته است؟

۲۱

ویژه حسابان ۱

حد تابع $f(x) = \frac{1}{[x]-2}$ را در نقطه هایی به طول ۲ و ۳ بررسی کنید.

۲۳

الف) بازه $(x+1, 2x+5)$ یک همسایگی عدد ۱ است. مجموعه مقادیر x را به دست آورید.
ب) بازه $(x+1, 2x+5)$ یک همسایگی محذوف عدد -۱ است. x را به دست آورید.

۲۴

تابع با ضابطه $f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}$ را در نظر بگیرید.

الف) دامنه تابع را بدست آورید.

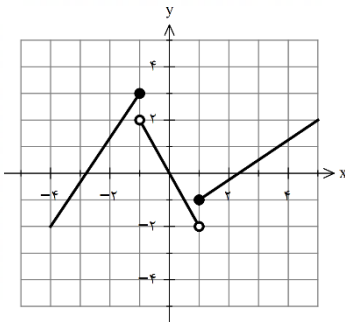
ب) آیا تابع در همسایگی $1/99$ تعریف شده است؟

پ) این تابع در همسایگی محذوف کدام نقطه تعریف شده است که در هیچ همسایگی آن تعریف نشده است؟

۲۵

نمودار تابع f رسم شده است، حاصل $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(-x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ پیدا کنید.

۲۶



نمودار تابع f رسم شده است، حاصل هر یک از موارد زیر را پیدا کنید.

۲۷

۱) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$

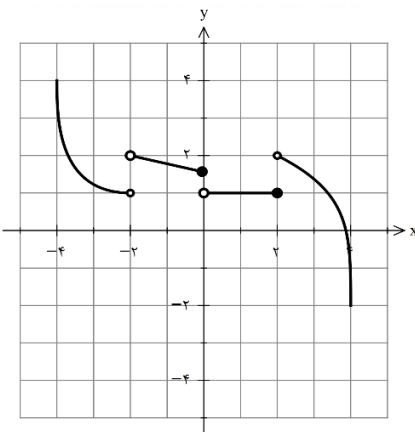
۲) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) =$

۳) $\lim_{x \rightarrow 3^+} [f(x)] =$

۴) $\lim_{x \rightarrow 3^-} [f(x)] =$

۵) $\lim_{x \rightarrow 3^+} [f(x)] =$

۶) $\lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} [f(x)] =$



تابع $f(x) = a[-\frac{x}{2} + 1] + [2x]$ در نقطه $x = 2$ حد دارد. a کدام است؟

۲۸

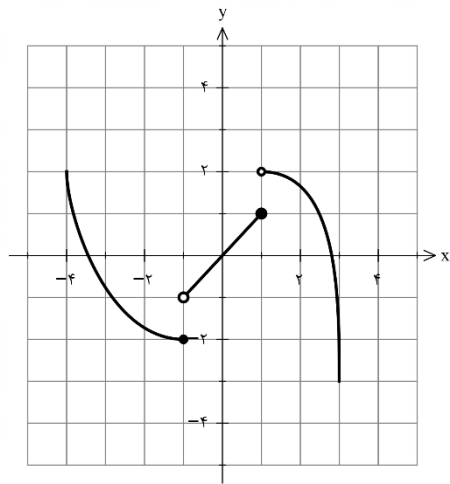
حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} [\sin x] + \lim_{x \rightarrow \pi} [\cos x]$ را بیابید.

۲۹

حاصل حد زیر را در صورت وجود بدست آورید.

۳۰

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos x}{[\sin x]}$$



نمودار تابع f رسم شده است، حاصل هر یک از موارد زیر را پیدا کنید.

۱) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f\left(-\frac{1}{x}\right) =$

۲) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f\left(\frac{f(x)}{2}\right) =$

۳) $f\left(\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)\right) =$

۴) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(f(x)) =$

۳۱

۳۲ تابعی مانند $f(x)$ مثال بزنید که $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 + 2x} = \frac{2}{3}$

۳۲

۳۳ $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{x}{\sin x} \right]$ را به دست آورید.

۳۳

۳۴ حاصل حدهای زیر را بدست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sqrt{\cos x} - \sqrt{\sin x}} =$

ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 - 4 \cos 2x}{x^2} =$ پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x}{2x - \pi} =$

۳۴

۳۵ مقدار k را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos kx}{x \sin x} = 8$

۳۵

۳۶ اگر $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax - a}{\sqrt{x + b} - 2} = 4$ باشد، b, a را به دست آورید.

۳۶

۳۷ حاصل حدود زیر را به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|\sin x|}{x} =$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x^2 - x - 6|}{x - 3} =$

پ) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x - 2|}{2 + x - x^2} =$

۳۷

تمرینات تکمیلی

۳۸ حد تابع $y = x \sin \frac{1}{x}$ در نقطه $x = 0$ بدست آورید.

۳۸

۳۹ حد تابع $y = \frac{1}{[x] - 3}$ را در $x = 3$ در صورت وجود بیابید.

۳۹

۴۰ آیا تابع $f(x) = x - [x]$ در $x = 1$ حد دارد؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.

۴۰

۴۱ بارسم نمودار $f(x) = \sqrt{x - 2} + 1$ مقدار حدرا در اطراف $a = 2$ بررسی کنید.

۴۱

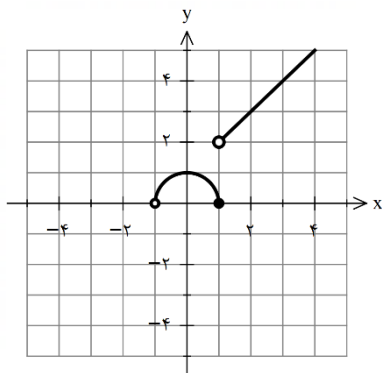
با تکمیل جدول زیر مقدار حد تابع $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 1 \\ 2x & x \geq 1 \end{cases}$ را در نقطه ی $x=1$ به دست آورید.

۴۲

X	۰/۹۹	۰/۹۹۹	$\rightarrow 1 \leftarrow$	۱/۰۰۱	۱/۰۱
F(x)	$\rightarrow ? \leftarrow$				

با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ مقادیر خواسته شده را به دست آورید.

۴۳



الف) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$
 ج) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ د) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

نمودار تابعی را رسم کنید که تابع در ۲ تعریف نشده باشد ولی در یک همسایگی محذوف ۲ تعریف شده باشد و در این نقطه حد داشته باشد.

۴۴

نمودار تابعی رسم کنید که در نقطه ۲- تعریف شده باشد، در این نقطه حد داشته باشد ولی حد آن غیر از مقدار تابع در عدد ۲- باشد.

۴۵

حدود زیر را محاسبه کنید.

۴۶

- ۱.۱. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^r + 3x - 5}{x^r - 1}$ ۱.۲. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^r}$ ۱.۳. $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) \times \tan\left(\frac{\pi}{8} x\right)$ ۱.۴. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^r - 9}$
- ۱.۵. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$ ۱.۶. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$ ۱.۷. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^r - 9}{x^r - x - 6}$ ۱.۸. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^r + \sin^r 3x}{2x^r}$
- ۱.۹. $\lim_{x \rightarrow 0} x^r \sin \sqrt{x+1}$ ۱.۱۰. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x^r - 4}$ ۱.۱۱. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^r}{1 - \cos 2x}$ ۱.۱۲. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^r - 16}$
- ۱.۱۳. $\lim_{x \rightarrow 2^+} (x - [x])$ ۱.۱۴. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{[x] - 3}$ ۱.۱۵. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^r + x + 2}{x^r - 1}$ ۱.۱۶. $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x^r - 5x - 24}$
- ۱.۱۷. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{|\cos x|}{x - \frac{\pi}{2}}$ ۱.۱۹. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 5x}{\sqrt{1 - \cos 4x}}$ ۱.۲۰. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^r - 1}{x - \sqrt{x}}$ ۱.۲۱. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2 - 2 \cos x}}$
- ۱.۲۳. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{\frac{x}{2}}$ ۱.۲۴. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - x^r}{x^r + 6x + 5}$ ۱.۲۵. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos 2x}{x^r}$

در تابع زیر مقدار a را طوری تعیین کنید که تابع در $x=2$ پیوسته باشد

۴۷

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^r - 2x}{x - 2} & x < 2 \\ ax - 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

<p>پیوستگی توابع زیر را در $x=1$ بررسی کنید.</p> <p>الف) $f(x) = \begin{cases} 4-3x & x \leq 1 \\ 2x^2+1 & x > 1 \end{cases}$</p> <p>ب) $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & x \neq 1 \\ 1 & x=1 \end{cases}$</p> <p>ج) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & x > 1 \\ x-\frac{1}{2} & x < 1 \\ 1 & x=1 \end{cases}$</p>	<p>۴۸</p>
<p>پیوستگی توابع زیر را در $x=-1$ بررسی کنید.</p> <p>الف) $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq -1 \\ \frac{1}{x} & x < -1 \end{cases}$</p> <p>ب) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{ x } & x \leq -1 \\ 2x+1 & x > -1 \end{cases}$</p>	<p>۴۹</p>
<p>a را چنان تعیین کنید که تابع زیر در $x=1$ پیوسته باشد.</p> <p>الف) $f(x) = \begin{cases} x^2-ax+1 & x \leq 1 \\ x-2a & x > 1 \end{cases}$</p> <p>ب) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & x < 1 \\ a- x-1 & x \geq 1 \end{cases}$</p> <p>ج) $f(x) = \begin{cases} x-3a & x < 1 \\ 3x^2-4ax+2 & x \geq 1 \end{cases}$</p> <p>د) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & 0 \leq x < 1 \\ [x]+a & x \geq 1 \end{cases}$</p>	<p>۵۰</p>
<p>پیوستگی توابع زیر را در نقطه $x=2$ بررسی کنید.</p> <p>الف) $f(x) = \begin{cases} x^2(x-2) & x \leq 2 \\ 4-2x & x > 2 \end{cases}$</p> <p>ب) $f(x) = \begin{cases} 3x^2+1 & x \geq 2 \\ x-7 & x < 2 \end{cases}$</p>	<p>۵۱</p>
<p>a را چنان تعیین کنید تابع زیر در $x=0$ پیوسته باشد.</p> <p>$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1-\cos x} & x > 0 \\ a+1 & x=0 \\ [x+2] & x < 0 \end{cases}$</p>	<p>۵۲</p>
<p>تابع f به معادله زیر در نقطه $x=3$ پیوسته است $a+b$ را به دست آورید.</p> <p>$f(x) = \begin{cases} \frac{ x^2-9 }{x-3} + ax + 5 & x < 3 \\ 2 & x = 3 \\ \frac{2x-6}{x^2-bx+6} & x > 3 \end{cases}$</p>	<p>۵۳</p>
<p>آیا تابع $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ در $x=2$ پیوسته است؟ چرا؟</p>	<p>۵۴</p>
<p>پیوستگی تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ را در نقطه $x=1$ بررسی کنید.</p>	<p>۵۵</p>

