



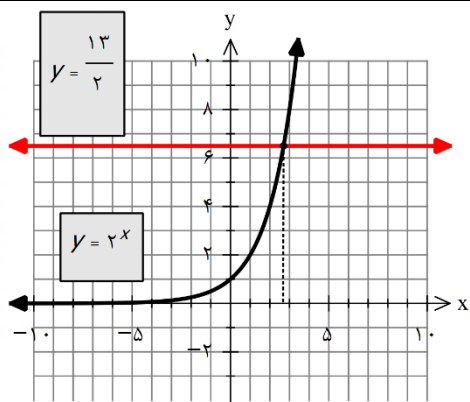
---

# توابع نمایی و لگاریتمی

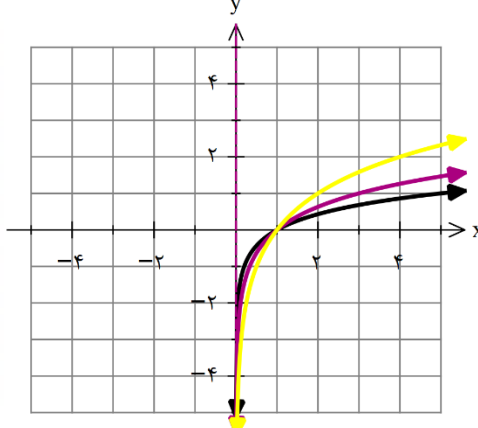
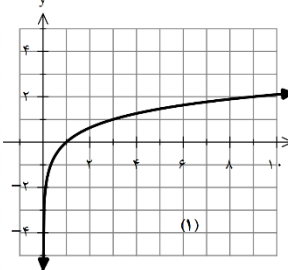
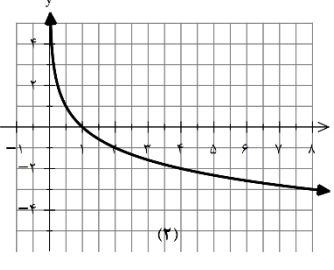
## کتاب ریاضی ۲ و حسابان ۱

---

ردیف	
۱	<p>یک توده باکتری را در محیط کشت را در نظر بگیرید. جرم باکتری در ابتدا ۱ گرم است و جرم آن در هر ساعت دو برابر می شود. اگر جرم باکتری را با <math>m(t)</math> نمایش دهیم.</p> <p>الف) جرم باکتری را پس از <math>t</math> ساعت به صورت یک تابع نمایی بنویسید.</p> <p>ب) جرم توده پس از ۱۰ ساعت را برآورد کنید.</p> <p>پ) پس از چند ساعت جرم باکتری ها ۲۵۶ گرم می شود؟</p>
۲	<p>یک توده باکتری را در محیط کشت را در نظر بگیرید. فرض کنید در ابتدا ۱۰۰ میلی گرم باکتری وجود دارد و جرم آن در هر ساعت دو برابر می شود. اگر جرم باکتری را با <math>m(t)</math> نمایش دهیم.</p> <p>الف) جرم باکتری را پس از <math>t</math> ساعت به صورت یک تابع نمایی بنویسید.</p> <p>ب) جرم توده پس از ۱۰ ساعت را برآورد کنید.</p>
۳	<p>داروها در بدن با ادرار دفع می شوند. فرض کنید ۱۰ میلی گرم از یک نوع دارو در بدن شخصی قرار دارد و مقدار آن پس از <math>t</math> ساعت از رابطه <math>A(t) = 10(0.8)^t</math> به دست می آید.</p> <p>الف) مقدار دارو پس از ۸ ساعت چقدر است؟</p> <p>ب) چه درصدی از دارو در هر ساعت از بین می رود؟</p>
۴	<p>در تصفیه آب، داخل فیلترها، لایه تمیز کننده ای قرار دارد که حدود ۳۰ درصد از ناخالصی ها رو حذف می کند و در نتیجه ۷۰ درصد ناخالصی باقی می ماند.</p> <p>الف) درصد ناخالصی های موجود در آب را به صورت تابع نمایی بنویسید.</p> <p>ب) با قرار دادن چند لایه در فیلتر می توان ۹۶ درصد ناخالصی های آب را از بین برد؟</p>
۵	<p>فرض کنید <math>Q</math> جرم کربن ۱۴ بر حسب گرم با نیمه عمر ۵۷۳۰ سال باشد. جرم کربن در ابتدا ۱۰ گرم است.</p> <p>الف) مقدار کربن <math>Q(t)</math> را پس از <math>t</math> سال را به صورت تابع نمایی بنویسید.</p> <p>ب) بعد از ۲۰۰۰ سال چه مقدار کربن باقی می ماند؟</p> <p>پ) پس از چند سال مقدار کربن ۱۴ به یک چهارم مقدار اولیه خود کاهش پیدا می کند؟</p>
۶	<p>مقدار <math>k(gr)</math> باکتری در هر ساعت، <math>1/5</math> برابر می شود، اگر بعد از دو ساعت مقدار باکتری <math>(gr)</math> <math>4/5</math> باشد. در پایان ساعت سوم مقدار باکتری ها چند گرم خواهد شد؟</p>
۷	<p>نمودار دو تابع <math>f(x) = x^2</math> و <math>g(x) = 2^x</math> رسم کرده با هم مقایسه کنید.</p>
۸	<p>با توجه به نمودار تابع <math>y = 2^x</math>، مقدار تقریبی <math>2^{\sqrt{2}}</math>، <math>2^{\frac{5}{2}}</math> را به دست آورید.</p>
۹	<p>الف) در شکل زیر خط <math>y = \frac{13}{4}</math> نمودار تابع <math>y = 2^x</math> را قطع کرده است. طول نقطه برخورد بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟ چرا؟</p> <p>ب) خط <math>y = \sqrt{7}</math> را رسم کنید. طول نقطه برخورد بین کدام دو عدد صحیح قرار دارد؟</p>
۱۰	<p>نمودار توابع زیر را رسم کرده، دامنه و برد آنها را بیابید.</p> <p>الف) <math>y = 3^{-x+2} + 1</math>      ب) <math>y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 2</math>      پ) <math>y = 3^{x+1} - 1</math></p>



<p>الف) <math>y =  2^x - 1 </math></p> <p>ت) <math>y = 2^{- x }</math></p>	<p>ب) <math>y = \frac{3^{x-1} - 1}{3^x}</math></p> <p>ث) <math>y = \begin{cases} 3^x - 1 &amp; x \leq 0 \\ \sqrt{x} &amp; x &gt; 0 \end{cases}</math></p>	<p>پ) <math>y = \sqrt{2^{x+1}} - 1</math></p> <p>نمودار توابع زیر را رسم کنید.</p>	<p>۱۱</p>	
<p>نمودار تابع نمایی <math>f(x) = a(b)^x - 1</math> از نقاط <math>(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})</math> و <math>(1, 3)</math> می گذرد ضابطه تابع را تعیین کنید.</p>			<p>۱۲</p>	
<p>نمودارهای دو تابع <math>f(x) = 3^{ax+b}</math> و <math>g(x) = (\frac{1}{9})^x</math> در نقطه ای به طول <math>x = -1</math> متقاطع هستند. اگر <math>f(2) = \frac{1}{3}</math> باشد، ضابطه تابع <math>f(x)</math> را تعیین کنید.</p>			<p>۱۳</p>	
<p>معادلات زیر را حل هندسی کنید.</p> <p>الف) <math>2^{-x} = -x + 2</math></p> <p>ب) <math>2^x = x^2</math></p>			<p>۱۴</p>	
	<p>نمودار توابع <math>y = 5^x, y = 3^x, y = 2^x</math> در شکل زیر رسم شده است. ضابطه هر تابع را روی نمودار آن بنویسید.</p>			<p>۱۵</p>
<p>تابع <math>y = ( a+1  - 2)^{x-1}</math> یک تابع نمایی است. حدود <math>a</math> را تعیین کنید.</p>			<p>۱۶</p>	
	<p>اگر نمودار تابع <math>y = 1 - (\frac{1}{2})^x</math> به صورت زیر باشد، دامنه توابع <math>y = \sqrt{f(x)}</math> و <math>y = \sqrt{xf(x)}</math> به دست آورید.</p>			<p>۱۷</p>
<p>در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.</p> <p>در تابع <math>f(x) = a^x</math> اگر <math>a &gt; 1</math>، با افزایش مقدار <math>x</math> مقادیر <math>f</math> .... می یابند.</p> <p>اگر <math>0 &lt; a &lt; 1</math>، با افزایش مقدار <math>x</math> مقادیر <math>f</math> .... می یابند.</p>			<p>۱۸</p>	
<p>نامعادلات زیر را حل کرده و مجموعه جواب را مشخص کنید.</p> <p>الف) <math>(\frac{1}{3})^{2x-2} &gt; \frac{1}{27}</math></p> <p>ب) <math>4^{2x-1} &gt; \frac{1}{1024}</math></p>			<p>۱۹</p>	

$2^{\frac{5}{2}}, 2^{\sqrt{2}}, 2^{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}$	اعداد روبرو را مرتب کنید.	۲۰		
الف) $(\sin \frac{\pi}{4})^{2x} = (\cos \frac{\pi}{3})^{2x+1}$	ب) $2^{3x-1} = (0/25)^{x+2}$	پ) $5^{x-1} - (0/04)^{x-2} = 0$ معادلات نمایی زیر را حل کنید.	۲۱	
	نمودار توابع $y = \log_8 x, y = \log_3 x, y = \log_2 x$ در دستگاه زیر رسم شده است. ضابطه هر یک را روی نمودار آن بنویسید.	۲۳		
	الف) نمودار دو تابع $y = \log_2 x, y = 2^x$ در یک دستگاه رسم کنید. ب) نمودار دو تابع $y = \log_{\frac{1}{2}} x, y = (\frac{1}{2})^x$ در یک دستگاه رسم کنید.	۲۴		
 	ضابطه تابع لگاریتمی هر کدام از نمودارهای زیر را بنویسید.	۲۵		
الف) $y = 3^x + 2$	ب) $y = 3 \log_8 (x-1) - 1$	وارون توابع زیر را به دست آورید.	۲۶	
الف) $y = \log_2 (x-1)$	ب) $y = \log_2 x + 1$	پ) $y = -\log_2^x$ ت) $y = 3 - \log_8 (x+1)$	نمودار توابع زیر را رسم کرده، دامنه و برد آنها را بدست آورید.	۲۷
	اگر $f(x) = 3 - 2 \log_2 (\frac{x}{2} - 5)$ ، مقدار $f(42)$ را به دست آورید.	۲۸		

۲۹	الف) اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a x$ از نقطه $(2, 2)$ عبور کند، مقدار $a$ را به دست آورید. ب) اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a x$ از نقطه $(\frac{1}{4}, -4)$ عبور کند، مقدار $a$ را به دست آورید.
۳۰	دامنه تابع $y = \log_{x-1}(x+1)$ را به دست آورید.
۳۱	الف) خط $y = 27$ نمودار تابع $y = 3^x$ را در چه نقطه ای قطع می کند؟ ب) خط $y = 10$ نمودار تابع $y = (0/01)^x$ را در چه نقطه ای قطع می کند؟
۳۲	تعداد جواب معادله های زیر را به روش هندسی بیابید. الف) $2 + \log x = 2^x$ ب) $2 \log_7 x - x = 0$
۳۳	اگر $x = \log_{16} 2\sqrt{2}$ باشد، حاصل $\log_7 \frac{8x-1}{8}$ را به دست آورید.
۳۴	اگر $4^a = 2\sqrt{2}$ باشد، مقدار لگاریتم $(4a+1)$ در پایه ۴ را به دست آورید.
۳۵	اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، دامنه توابع $y = \sqrt{1 - \log_7 f(x)}$ به دست آورید.
۳۶	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) لگاریتم اعداد مثبت کمتر از ۱ همواره عددی منفی است. ب) لگاریتم اعداد منفی تعریف نمی شود. پ) تابع لگاریتم، یک به یک است. ت) اگر نقطه $(b, d)$ روی نمودار $y = a^x$ قرار داشته باشد، نقطه $(d, b)$ روی نمودار $y = \log_a x$ قرار دارد. ث) اگر $a > b > 0$ آنگاه $\log_1 a < \log_1 b$ ج) حاصل $\log_7 0/5$ عددی منفی است. ج) حاصل $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$ عددی مثبت است.
۳۷	عدد $\log_7 93$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟
۳۸	حاصل عبارت های زیر به دست آورید. الف) $\log_{\frac{1}{\sqrt{7}}} \frac{1}{27}$ ب) $\log_9 3\sqrt{3}$ پ) $\frac{1}{4} \log_7 49 + \log_7 5 - \log_7 560$
۳۹	اگر $a = \log 2$ , $b = \log 3$ و حاصل عبارت های زیر را بر حسب $a, b$ بنویسید. الف) $\log 0/75$ ب) $3 \log \sqrt[3]{4} - \log 250$ پ) $\log 0/005$
۴۰	اگر $a = \log_2 2$ و حاصل عبارت $\log_{18} 24$ را بر حسب $a$ بنویسید.

۴۱	نمودار تابع $y = \log_{\frac{1}{2}}(ax+b)$ محور ها را در نقطه ای به طول ۱- و نیم ساز ناحیه چهارم را در نقطه ای به عرض ۱- قطع کرده است. $b, a$ را به دست آورید.
۴۲	نیمه عمر عنصری چهار روز است. فرض کنید جرم اولیه برابر با $10g$ باشد. الف) تابع $m(t)$ پس از $t$ روز به صورت تابع نمایی بمویسید. ب) پس از چند روز این جرم به ۱ گرم کاهش می یابد؟ $\log 2 \approx 0.3$
۴۳	به عدد ۳۰۱ چند واحد اضافه کنیم تا لگاریتم عدد حاصل در مبنای ۸ برابر ۳ بشود؟
۴۴	معادله های لگاریتمی زیر را حل کنید. الف) $\log_7(p^7 - 2) = \log_7 p$ ب) $\log_8(x+1) + \log_8(x-1) = 1$ پ) $3 \log_4 a - \log_4 5 = \log_4 25$ ت) $\log_{\frac{1}{10}}(x^2 - 21) = -2$ ث) $2 \log_4(2x-1) - 1 = 0$ ج) $\log_4(\log_7(\log_7 x)) = 1$ چ) $\log_8(x^2 - 2x - 14) = 0$ خ) $\log_x(x^2 + 3x) = \log_x(x+3)$